Pour connaître les variations d'une fonction, on calcule d'abord sa dérivée, puis on étudie le signe de cette dérivée.

Sur l'intervalle où la dérivée est positive, la fonction est croissante.

Sur l'intervalle où la dérivée est négative, la fonction est décroissante.

Dérivées à connaître et formules de dérivées

$(constante)' = 0$; $(x)' = 1$; $(x^2) = 2x$; $(x^3)' = 3x^2$; $(x^4)' = 4x^3$

$(ax+b)' = a$; $(ax^2+bx+c)' = 2ax+b$

$(\cos x)' = -\sin x$ $(\sin x)' = \cos x$

$(\cos(ax+b))' = -a\sin(ax+b)$ $(\sin(ax+b))' = a\cos(ax+b)$

pour tout entier n positif, $(x^n)' = nx^{n-1}$

$\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$; $\left(\frac{1}{x^2}\right)' == \frac{-2}{x^3}$; $\left(\frac{1}{x^3}\right)' = \frac{-3}{x^4}$

La formule précédente $(x^n)' = nx^{n-1}$ s'applique pour n entier négatif

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)' = (x^{-2})' = -2x^{-2-1} = -2x^{-3} = \frac{-2}{x^3}$$

Dérivée d'une somme de fonctions : soient u et v deux fonctions dérivables.

$$(u+v)' = u' + v'$$

exemple : $(5x^2 - 9x)' = (5x^2)' + (-9x)' = 5 \times 2x - 9 \times 1 = 10x - 9$

Dérivée d'un produit : $(u \times v)' = u'v + uv'$

Dérivée d'un quotient : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

Dérivée du type (u^n) avec n entier relatif non nul (positif ou négatif)

$$(u)^n = n \times u' \times u^{n-1}$$

ex. $f(x) = (x^2+1)^3$ f du type u^3 avec $u(x) = x^2 + 1$ et $u'(x) = 2x$

d'après la formule $(u^3)' = 3u'u^2$

$f'(x) = 3 \times 2x \times (x^2+1)^{3-1} = 6x(x^2+1)^2$