

**Ex1.** On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction  $f$ .

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction  $f$ .
2. Donner les limites de la fonction  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
3. En déduire les équations des asymptotes à la courbe représentative de la fonction  $f$ .

$x$	$-\infty$	$-3$	$1$	$+\infty$
$f(x)$		$-\infty$	$+\infty$	$2$

Diagramme de variation : une courbe passe de  $-\infty$  à  $+\infty$  à  $x = -3$ , puis de  $+\infty$  à  $2$  à  $x = 1$ .

4. Construire une courbe qui correspond aux indications données sur la fonction  $f$ .  
On tracera d'abord les asymptotes à cette courbe.

**Partie B.** On définit la fonction  $g$  par  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  avec  $f$  la fonction définie précédemment.

- a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $g$ .
- b) Établir le tableau de variations de la fonction  $g$  en indiquant les limites.

On justifiera les variations et les limites suivantes :  $\lim_{\substack{x \rightarrow -3 \\ x < -3}} g(x)$  ;  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} g(x)$ .

**Ex2.** Soit une fonction  $f$  telle que  $f(x)$  vérifie une inégalité ou un encadrement sur un ensemble donné. Dans chacun des cas, indiquer les limites qu'on peut en déduire parmi les deux proposées.

1) Pour tout réel $x \neq 0$ , on a $\frac{1}{x} \leq f(x)$	2) Pour tout réel $x > 1$ , on a $x + \frac{1}{x} \leq f(x) \leq x + 1$
a) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x)$	b) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$
a) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$	b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

**Ex3.** Soit  $f$  la fonction  $x \mapsto a + \frac{b}{x-c}$  où  $a, b$  et  $c$  sont des réels et dont le tableau de variations est le suivant :

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$
$f(x)$	$-1$	$-4$	$+\infty$	$-1$

Diagramme de variation : la fonction décroît de  $-1$  à  $-\infty$  à  $x = 0$ , puis de  $+\infty$  à  $-1$  à  $x = 2$ .

Le but de l'exercice est de déterminer  $a, b$  et  $c$  grâce au tableau.

- a. En observant le tableau, quel réel parmi  $a, b$  et  $c$  peut-on obtenir sans calcul ? Le donner.

b. À partir de l'expression  $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$ , déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

Quel deuxième réel cherché obtient-on ?

- c. Déterminer le troisième réel cherché.