Ex1.

Résoudre les équations et inéquations suivantes dans l'intervalle donné :

a) $\sin(x) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ sur $[0\,;2\pi\,[$

b) $\cos(x) > -\frac{\sqrt{2}}{2}$ sur $[\,-\pi\,;\,\pi]$

c) $2\cos(x) + 1 = 0$ sur $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$

d) $2(\cos x)^2 - 3\cos x + 1 = 0$ sur $[0\,;2\pi]$

On pourra poser $X = \cos x$ et commencer par résoudre l'équation

$2X^2 - 3X + 1 = 0$

Ex2. Calculer la dérivée de la fonction dans chaque cas :

a) $f(x) = (4x^2 - 2x + 3)^5$

b) $f(x) = \sqrt{1-2x}$ sur $]-\infty\,;\frac{1}{2}[$

c) $f(x) = \frac{1}{(x^3+1)^4}$ sur $]-1\,;\,+\infty\,[$

d) $f(x) = 5x \times \sin(2x+3)$

e) $f(x) = \frac{x^2}{3x+1}$

f) $f(x) = 3\cos(2x+1)$

Ex3.

Soit la fonction f définie sur $[\,0\,;2\pi]$ par $f(x) = 2x + 4\cos(x)$

1) Calculer $f'(x)$.

2) Étudier le signe de $f'(x)$ et établir le tableau de variation de la fonction f.

3) Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $\frac{\pi}{2}$.

Ex4.

On considère la fonction g définie sur IR par $g(x) = \sin(ax + b)$ avec $a > 0$ et

$b \in [\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}]$. On sait que $g(0) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $g'(0) = -1$.

Déterminer en justifiant a et b.

Ex5. VRAI/FAUX à justifier

Soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f définie sur $[\,1\,;3\,]$ par

$f(x) = \frac{1}{\sin x}$

a) f est croissante sur $[\,1\,;3\,]$.

b) La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $\frac{2\pi}{3}$ a pour coefficient directeur $\frac{1}{3}$

BONUS.

Résoudre sur $]-\pi\,;\,\pi\,]$ l'équation $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin(x)$