mathsbdp.fr p32_112_correction

112 Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{C}$. Écrire les solutions sous la forme la plus simplifiée possible.

a) $\dfrac{3+z}{3-z} = z$ **b)** $(z-2)^2 = -4$

c) $(z-2)^2 = (3+iz)^2$ **d)** $z^2 = 3iz$

a) $3+z = z(3-z)$

$\iff 3+z = 3z - z^2$

$\iff z^2 - 2z + 3 = 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4\times1\times3$

$= -8 < 0$

deux solutions complexes conjuguées

$z_1 = \dfrac{2-i\sqrt{8}}{2} = 1 - i\sqrt{2}$

$z_2 = 1 + i\sqrt{2}$

$S = \{1-i\sqrt{2} ; 1+i\sqrt{2}\}$

b) $(z-2)^2 = (2i)^2$

$\iff z-2 = 2i$ ou $z-2 = -2i$

$\iff z = 2+2i$ ou $z = 2-2i$

$S = \{2-2i ; 2+2i\}$

d) $z^2 - 3iz = 0$

$\iff z(z-3i) = 0$

$\iff z = 0$ ou $z = 3i$

$S = \{0 ; 3i\}$

c) $(z-2)^2 = (3+iz)^2$

$\iff z-2 = 3+iz$ ou $z-2 = -3-iz$

$\iff z(1-i) = 5$ ou $z(1+i) = -1$

$\iff z = \dfrac{5}{1-i}\left(\times\dfrac{1+i}{1+i}\right)$ ou $z = \dfrac{-1}{1+i}\left(\times\dfrac{1-i}{1-i}\right)$

$z = \dfrac{5+5i}{1^2+1^2}$ $z = \dfrac{-1+i}{2}$

$z = 2,5 + 2,5i$ $z = -0,5 + 0,5i$

$S = \{2,5+2,5i ; -0,5+0,5i\}$