

40 Déterminer les entiers relatifs n tels que $(n - 4)$ divise $(3n - 17)$.

L'objectif est de déterminer une combinaison linéaire de $n - 4$ et $3n - 17$ qui soit indépendant de n

$n - 4$ divise $n - 4$ et $3n - 17$

donc $n - 4$ divise toutes combinaisons linéaires de $n - 4$ et de $3n - 17$

donc $n - 4$ divise $3(n - 4) - (3n - 17) = 3n - 12 - 3n + 17 = 5$

Les diviseurs de 5 sont : $D_5 = \{-5 ; -1 ; 1 ; 5\}$

$n - 4 = -5$ $n = -1$	$n - 4 = -1$ $n = 3$	$n - 4 = 1$ $n = 5$	$n - 4 = 5$ $n = 9$
--------------------------	-------------------------	------------------------	------------------------

Réciproquement : on vérifie aisément que pour chacune des solutions, on a bien $n - 4$ divise $3n - 17$

$-1 - 4 = -5$ divise bien $-3 - 17 = -20$

$3 - 4 = -1$ divise bien $9 - 17 = -8$

$5 - 4 = 1$ divise bien -2

$9 - 4 = 5$ divise bien $27 - 17 = 10$

$n \in \{-1 ; 3 ; 5 ; 9\}$