Ex1. Déterminer l'entier x tel que :

a) $258 \equiv x(7)$ et $-8 < x < 0$ b) $-116 \equiv x(15)$ et 100< $x < 115$

Ex2. Déterminer le reste dans la division euclidienne de 18× 2^{34} par 7.

Ex3. À l'aide des congruences, montrer que, pour tout entier naturel n, le nombre $7^{2n} - 23^n$ est divisible par 13.

Ex4. Déterminer les entiers x vérifiant les deux conditions :
$2x \equiv 3(5)$ et $30 < x < 50$.

mathsbdp.fr **DM congruences pour le 13/11/2020**

Ex1. Résoudre dans $\mathbb{Z}$:

a. $\begin{cases} x \equiv -3[7] \\ 0 < x < 20 \end{cases}$ b. $\begin{cases} x + 3 \equiv -1[7] \\ 100 < x < 120 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 2x - 1 \equiv 9[3] \\ 75 < x \leq 98 \end{cases}$

d. $x - 48 \equiv 27[11]$ e. $5x + 18 \equiv 4x - 29[13]$

Ex2. En utilisant les congruences, déterminer les restes dans la division euclidienne

a) de 5^6 par 9 ? b) de 14^{200} par 5 ? c) de 11^{101} par 3 ?

Ex3. Dans le tableur ci-dessous, sont indiqués les restes de quelques puissances de 17 dans la division euclidienne par 13.

	A	B	C	D	E	F	G
1	n	1	2	3	4	5	6
2	17^n	17	289	4913	83521	1419857	24137569
3	Reste	4	3	12	9	10	1

formule en B2 :
=17^B1
formule en B3 :
=MOD(B2;13)

En déduire le reste dans la division euclidienne :

a) de 17^{2019}par 13 b) de 17^{2020} par 13 c) de $17^{2019} + 3 \times 17^{2020}$ par 13

Ex4. n désigne un entier naturel.

Déterminer les restes possibles dans la division euclidienne :

a) de n^2 par 5 ? b) de n^3 par 7 ?

Raisonner par disjonction de cas en utilisant un tableau de congruences.

Ex5. On suppose $a \equiv 3[5]$ et $b \equiv 4[5]$.

Déterminer le reste de la division euclidienne de $7a^2 + 4b^2$ par 5.