

Ex1. À l'aide du binôme de Newton et du triangle de Pascal, développer et déterminer la formule algébrique des nombres suivants :

a) $(1 + i)^5$ b) $(1 - 2i)^4$ c) $(5 - 3i)^3$

Ex2. On pose $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

1. Montrer que $j^2 = \bar{j}$.

2. En déduire les égalités suivantes :

a. $j^2 + j + 1 = 0$

b. $j^3 = 1$

Ex3. Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes ; on donnera les résultats sous la forme algébrique :

a) $z^2 - 4z + 7 = 0$; b) $z + \frac{4}{z} = 0$

Ex4. Soit P le polynôme défini sur \mathbb{C} par $P(z) = 2z^3 + 3z - 5$

a) Montrer que 1 est une racine de P .

b) Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout $z \in \mathbb{C}$, $P(z) = (z - 1)(az^2 + bz + c)$

c) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $2z^3 + 3z - 5 = 0$

Ex5. On considère la fonction Python suivante

```
def developpe(a, b):
    S=0
    L=[1, 3, 3, 1]
    for k in range(4):
        S=S+L[k]*a**(3-k)*b**k
    return(S)
```

La variable a représente un entier naturel, la variable b un nombre complexe.
 L représente la liste des valeurs 1, 3, 3 et 1 et $L[0] = 1 ; L[1] = 3 ; L[2] = 3 ; L[3] = 3 ; L[4] = 1$ soit $L[k] = (k+1)$ ième terme de la liste.
 S représente un nombre complexe ou un nombre réel selon les valeurs de a et b
 L'instruction **complex(a,b)** renvoie le complexe $a + ib$
 En Python, le i est remplacé par la lettre j

1.a. Que représentent les termes de la liste L ?

b. Quelle valeur renvoie la fonction pour $a = 1$ et $b = i$?

BONUS

c. Déterminer l'expression de S en fonction de a et b .

2. Sophie a testé la fonction et obtenu le résultat suivant.

```
>>> developpe(5, complex(0,3))
(-10+198j)
```

Quelle égalité mathématique peut-on en déduire ?