47 Montrer que si n est un entier impair alors $(n^2 - 1)$ est divisible par 8.

n entier impair donc il existe un entier k tel que $n = 2k + 1$
$(n^2 - 1) = (2k + 1)^2 - 1$
$= 4k^2 + 4k + 1 - 1 = 4k^2 + 4k = 4k(k + 1)$

On raisonne par disjonction des cas.

1er cas. si k pair, alors $k = 2q$ avec q entier
$n^2 - 1 = 4 \times 2q(2q + 1) = 8q \times (2q + 1) = 8 \times entier$
donc $n^2 - 1$ est divisible par 8

2ième cas. si k impair, alors $k = 2q + 1$ avec q entier
$n^2 - 1 = 4 \times (2q + 1)(2q + 1 + 1) = 4 \times (2q + 1) \times 2 \times (q + 1) = 8(q + 1)(2q + 1) = 8 \times entier$
donc $n^2 - 1$ est divisible par 8

Dans tous les cas pour n impair, on a bien $n^2 - 1$ divisible par 8

avec les congruences :

$n \equiv \cdots (8)$	1	3	5	7
$n^2 - 1 = \cdots (8)$	0	0	0	0