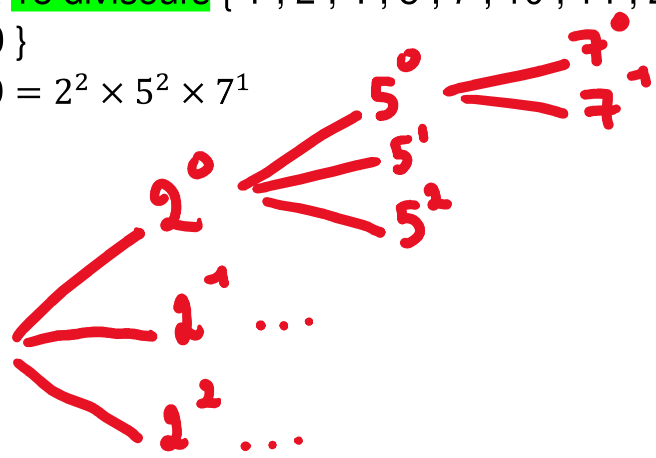
95 Le nombre de diviseurs positifs de 700 est :	16	$\boxed{18}$	20	22

$$700 = 1 \times 700 = 2 \times 350 = 4 \times 175 = 5 \times 140 = 7 \times 100 = 10 \times 70 = 14 \times 50$$
$$= 20 \times 35 = 25 \times 28$$

soit 18 diviseurs { 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 7 ; 10 ; 14 ; 20 ; 25 ; 28 ; 35 ; 50 ; 70 ; 100 ; 140 ; 175 ; 350 }

$700 = 2^2 \times 5^2 \times 7^1$



nbre de diviseurs $= 3 \times 3 \times 2 = 18$

96 Le nombre de couples d'entier naturels vérifiant l'équation $5x^2 - 7xy = 17$ est :	0	2	$\boxed{1}$	4

$$5x^2 - 7xy = 17$$
$$\Leftrightarrow x(5x - 7y) = 17$$

x, y entiers naturels donc $x > 0$ et $5x - 7y > 0$ soit $5x > 7y$

Une seule décomposition possible en produit de facteurs premiers

$17 = 1 \times 17$

$\begin{cases} x = 1 \\ 5x - 7y = 17 \end{cases}$ ne convient pas car on obtient $y = -\frac{12}{7}$

$\begin{cases} x = 17 \\ 5x - 7y = 1 \end{cases}$; on obtient $y = \frac{5 \times 17 - 1}{7} = 12$ ($x = 17$; $y = 12$) donc une solution

vérification : $5 \times 17^2 - 7 \times 17 \times 12 = 17$

2n-3

97 Les entiers n tels que $2\cancel{x} - 3$ divise $n + 5$ sont :	$\boxed{\{-5 ; 1 ; 2 ; 8\}}$	{−5 ; 1 ; 5 ; 9}	{−13 ; −1 ; 2 ; 13}	{−13 ; −1 ; 1 ; 13}

$2n - 3$divisie $2n - 3$ et $n + 5$

donc $2n - 3$ divise une combinaison linéaire de $2n - 3$ et de $n + 5$

$2n - 3$ divise $2n - 3 - 2(n + 5) = 2n - 3 - 2n - 10 = -13$

$D_{-13} = \{-13 \,;\, -1 \,;\, 1 \,;\, 13\}$

$2n - 3 \in \{-13 \,;\, -1 \,;\, 1 \,;\, 13\}$

donc $n \in \{-5 \,;\, -2 \,;\, 2 \,;\, 8\}$

98 Il existe un entier k pour lequel $9k+2$ et $7k+3$ ont pour diviseur commun d tel que :	$\boxed{d=13}$	$d=2$	$d=3$	$d=6$

d diviseur commun de $9k+2$ et de $7k+3$

donc d divise une combinaison linéaire de $9k+2$ et de $7k+3$

donc d divise $7\times(9k+2)-9\times(7k+3)=63k+14-63k-27$
$=-13$

$D_{-13}=\{-13\,;\,-1\,;1\,;13\,\}$

99 Le reste de la division euclidienne de -453 par 13 est :	$\boxed{2}$	5	9	11

$$453=13\times 34+11$$

$$-453=13\times(-34)-11+13-13$$

$-453=13\times(-35)+2$ donc reste = 2

100 On donne : $17\,648=17\times 1\,037+19$. Le reste de la division euclidienne de 17 648 par 17 est :	19	$\boxed{2}$	17	1 037

$$17\,648=17\times 1037+19-17+17$$

$17\,648=17\times 1038+2$ donc reste = 2

101 On donne $17\,648=17\times 1\,037+19$. Le reste de la division euclidienne de $-17\,648$ par 17 est :	2	19	-2	$\boxed{15}$

$$-17648=17\times(-1037)-19+17-17$$

$$-17648=17\times(-1038)-2+17-17$$

$-17\,648=17\times(-1039)+15$ donc reste = 15

102 L'ensemble des solutions de $3x \equiv 6$ (9) est :	$x \equiv 2$ (9)	$x \equiv 5$ (9)	$x \equiv 8$ (9)	$\boxed{x \equiv 2 \text{ (3)}}$

$x \equiv \cdots (9)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$3x \equiv \cdots (9)$	0	3	6	3	3	6	0	3	6

d'après le tableau de congruences
on obtient $x \equiv 2(9)$ ou $x \equiv 5(9)$ ou $x \equiv 8(9)$
soit les entiers ..., 2 ; 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; 17 ; ...
soit $x \equiv 2(3)$

103 Pour tout entier naturel naturel n, $2^{3n}-1$ est divisible par :	5	6	$\boxed{7}$	8

$2^3 = 8 \equiv 1(7)$ donc $2^{3n} = (2^3)^n \equiv 1^n(7) \equiv 1(7)$
donc $2^{3n} - 1 \equiv 0(7)$ donc pour tout entier n
$2^{3n} - 1$ est divisible par 7

104 Le chiffre des unités de $3^{1\,000}$ est :	$\boxed{1}$	3	7	9

On cherche le reste dans la division par 10 de 3^{1000}
$3^2 = 9 \equiv (-1)(10)$ donc $3^{1000} = (3^2)^{1000} \equiv$
$(-1)^{1000}(10) \equiv 1(10)$
donc le chiffre des unités est 1

105 Le reste de $2\,016^{2016}$ dans la division par 5 est :	$\boxed{1}$	2	3	4

$2016 \equiv 1(5)$ donc $2016^{2016} \equiv 1^{2016}(5) \equiv 1(5)$
donc le reste est 1

106 Le nombre $2\,021^{2\,021}$ est congru modulo 7 à :	15	$\boxed{17}$	-3	4

$2021 \equiv 5(7)$ et $5^3 \equiv (-1)(7)$

$2021^3 \equiv 5^3(7) \equiv (-1)(7)$

$2021^{2021} = (2021^3)^{673} \times 2021^2 \equiv (-1)^{673} \times 5^2(7)$

$= -1 \times 4(7) \equiv -4(7) \equiv 3(7)$

or $17 \equiv 3(7)$ et $15 \equiv 1(7)$; $-3 \equiv 4(7)$ donc réponse 17