

mathsbdp fonctions exponentielles de base a

Ex1. Simplifier au maximum les expressions :

$$\frac{2^x \times 3^x}{5^x} = \frac{(2 \times 3)^x}{5^x} = \frac{6^x}{5^x} = \left(\frac{6}{5}\right)^x = 1,2^x$$

$$\frac{0,5^x}{5^x} = \left(\frac{0,5}{5}\right)^x = 0,1^x$$

$$4^x \times 2^x = (4 \times 2)^x = 8^x$$

$$(3^x)^2 = 3^{x \times 2} = 3^{2x}$$

$$\frac{1}{2^{-x}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^x} = 2^x$$

Ex2. QCM à justifier

① Sur \mathbb{R} , la fonction f définie par

$$f(x) = -\frac{1}{4^x} \text{ est :}$$

$$f(x) = -1 \times \left(\frac{1}{4}\right)^x = -1 \times 0,25^x$$

or $x \mapsto 0,25^x$ est décroissante sur \mathbb{R} (car $a = 0,25 < 1$)

et $-1 < 0$ donc $x \mapsto -1 \times \left(\frac{1}{4}\right)^x$ est croissante sur \mathbb{R}

a) **croissante** ; b) décroissante ; c) constante ; d) on ne peut pas savoir

② Sur \mathbb{R} , la fonction g définie par $g(x) = 3 \times 0,8^x$ est :

$$g(x) = 3 \times 0,8^x$$

or $x \mapsto 0,8^x$ est décroissante sur \mathbb{R} (car $a = 0,8 < 1$)

et $3 > 0$ donc $x \mapsto 3 \times 0,8^x$ est décroissante sur \mathbb{R}

a) croissante ; **b) décroissante** ; c) constante ; d) on ne peut pas savoir

③ L'équation $5^{x+1} = 5^{\frac{x}{2}-3}$ a pour solution :

$$x + 1 = \frac{x}{2} - 3$$

$$x - \frac{x}{2} = -3 - 1$$

$$\frac{x}{2} = -4$$

$$x = -4 \times 2 = -8$$

a) $S = \{8\}$ b) $S = \{-4\}$ c) $S = \{4\}$

$$x \mapsto a^x$$

croissante sur \mathbb{R} si $a > 1$

décroissante sur \mathbb{R} si $0 < a < 1$

$$x \mapsto k \times a^x$$

même variation que $x \mapsto a^x$

si $k > 0$

variation contraire de $x \mapsto$

a^x

si $k < 0$

$$5^a = 5^b$$

$$\Leftrightarrow a = b$$

d) $S = \{-8\}$

④ L'inéquation $\left(\frac{5}{3}\right)^{2x-1} < \left(\frac{5}{3}\right)^{x+2}$ a pour solution :

$\frac{5}{3} > 1$ donc on obtient : $2x - 1 < x + 2$

$$2x - x < 2 + 1$$

$$x < 3$$

a) $S =] - \infty ; -1 [$; b) $S =] 3 ; +\infty [$; c) $S =] - \infty ; +3 [$

d) $S =] -1 ; +\infty [$

$$\begin{aligned} a^x &< a^y \\ \Leftrightarrow x &< y \\ \text{si } a &> 1 \end{aligned}$$

⑤ Soient les fonctions f, g, h et k définies sur \mathbb{R} par $f(x) = -0,65^x$; $g(x) = 1,3^x$; $h(x) = 2^x$; $k(x) = 0,3^x$
En justifiant, attribuer chaque courbe à sa fonction.

$$f(x) = -0,65^x = -1 \times 0,65^x$$

et $x \mapsto 0,65^x$

décroissante sur \mathbb{R} car $0 < 0,65 < 1$

et $-1 < 0$ donc f croissante

$f(1) = -0,65$ donc on choisit C_4

$$g(x) = 1,3^x \text{ croissante sur } \mathbb{R} \text{ (} 1,3 > 1 \text{)}$$

et $g(1) = 1,3$

on choisit C_3

$$h(x) = 2^x \text{ croissante sur } \mathbb{R} \text{ (} 2 > 1 \text{)}$$

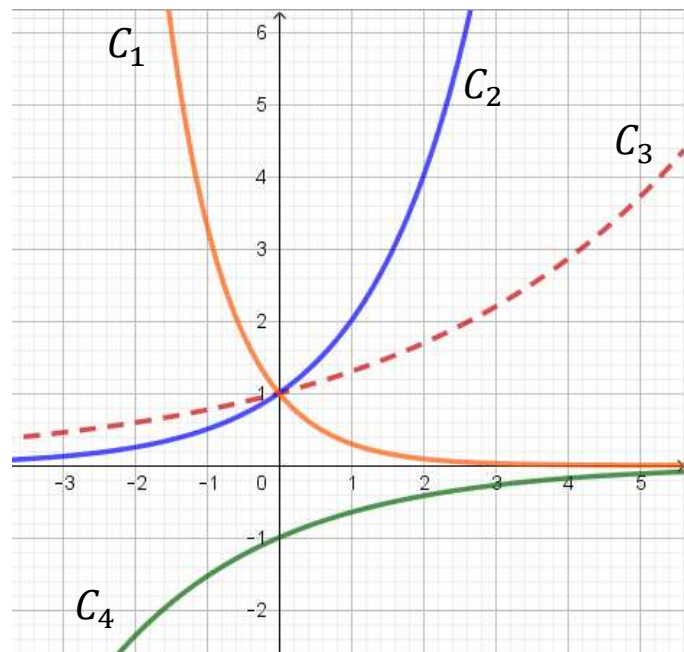
et $h(1) = 2$

on choisit C_2

$$k(x) = 0,3^x \text{ décroissante sur } \mathbb{R} \text{ (} 0,3 < 1 \text{)}$$

et $k(1) = 0,3$

on choisit C_1



Questions FLASH.

Q1. Calculer $(5^{0,5})^4 = 5^{0,5 \times 4} = 5^2 = 25$

Q2. Calculer $2^{1,2} \times 2^{2,8} = 2^{1,2+2,8} = 2^4 = 16$

Q3. Simplifier $\frac{x^2}{x^{4,5} \times x^{-6,5}} = \frac{x^2}{x^{4,5+(-6,5)}} = \frac{x^2}{x^{-2}} = x^{2-(-2)} = x^4$

Q4. Simplifier $(t^{1,25})^4 \times t^{-6} = t^{1,25 \times 4} \times t^{-6} = t^5 \times t^{-6} = t^{-1} = \frac{1}{t^1} = \frac{1}{t}$

Q5. Déterminer le sens de variation de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 0,2 \times 1,02^x$

$1,02^x$ croissante sur \mathbb{R} car du type a^x avec $a > 1$

et $0,2 > 0$ donc $f(x) = 0,2 \times 1,02^x$ croissante sur \mathbb{R}

Q6. Déterminer le sens de variation de la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = -3 \times 0,8^x$

$0,8^x$ décroissante sur \mathbb{R} car du type a^x avec $a = 0,8 < 1$

et $-3 < 0$ donc $g(x) = -3 \times 0,8^x$ croissante sur \mathbb{R}

Q7. Résoudre l'équation $x^{0,25} = 3$

$$x = 3^{\frac{1}{0,25}} = 3^4 = 81$$

Q8. Résoudre l'équation $x^{0,5} = 7$

$$x = 7^{\frac{1}{0,5}} = 7^2 = 49$$

Q9. Quel est le taux global d'augmentation équivalent à deux hausses de 20 % ?

$$\text{coefficient global} = 1,2 \times 1,2 = 1,44$$

$$\text{taux global} = c - 1 = 1,44 - 1 = 0,44 = +44\%$$

Il s'agit d'une augmentation global de 44 %

Q10. Quel est le taux d'évolution moyen correspondant à une hausse de 80 % suivie d'une

baisse de 20 % ?

$$c_g = 1,8 \times 0,8 = 1,44$$

$$(1 + t_m)^2 = 1,44$$

$$1 + t_m = 1,44^{\frac{1}{2}} = 1,2$$

$$t_m = 1,2 - 1 = 0,2 = +20\%$$

20 % d'augmentation en moyenne