NOM : ____________________ ***Devoir de Mathématiques n°3*** TS5_2017_2018

Ex1. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 10$

a) Déterminer les limites de la fonction en $-\infty$ et $+\infty$.

b) Établir le tableau de variation complet de la fonction f sur $\mathbb{R}$ en détaillant la démarche.

c) Démontrer que l'équation $f(x) = 100$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$.

d) Donner à l'aide de la calculatrice l'arrondi de α à 10^{-2} près.

Ex2. ***Partie A.***

f est une fonction définie sur $]-\infty\,;1\,[\cup]1\,;\,+\infty[$.

Voici son tableau de variations. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe de la fonction f.

1. Complète les limites suivantes de la fonction f .

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \cdots$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \cdots$ $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}} f(x) = \cdots$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f(x)$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	3

2. Déterminer les asymptotes à la courbe $\mathcal{C}_f$ la courbe de la fonction f.

3. On sait de plus que $f(2) = 0$.

Construire une courbe qui correspond aux indications données sur la fonction f.
On tracera aussi les asymptotes à cette courbe.

Partie B. On définit la fonction g par $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ avec f la fonction définie précédemment mais pour $x > 1$.

a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g.

b) Établir le tableau de variations de la fonction g en indiquant les limites.
On ne demande pas de justifier les limites de g.

Ex3.

<u>Partie A.</u> Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{ax+b}{2x-1}$ où a et b sont deux réels et $\mathcal{C}_f$ la courbe de la fonction f dans un repère.

On sait que : $f(0) = 1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$

Déterminer a et b.

<u>Partie B.</u> Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{4x-1}{2x-1}$.

a) Déterminer l'ensemble de définition D_g de la fonction g.

b) Déterminer $\lim\limits_{\substack{x\to0{,}5\\x<0{,}5}} f(x)$. Que peut-on en déduire graphiquement pour la courbe C_g ?

Ex4. On considère l'algorithme suivant :

VARIABLES	a, b sont deux nombres réels tels que $a < b$ x est un nombre réel f est une fonction définie sur l'intervalle $[a\ ;\ b]$
TRAITEMENT	Lire a et b Tant que $b - a > 0{,}1$ x prend la valeur $(a+b)/2$ Si $f(x) \times f(a) > 0$, alors a prend la valeur x sinon b prend la valeur x Fin Si Fin Tant que Afficher $(a+b)/2$

a) Si on entre $a = 1$, $b = 2$ et $f(x) = x^2 - 3$, déterminer le nombre obtenu en sortie de l'algorithme.

b) Expliquer à quoi correspond le nombre obtenu et donner la valeur exacte correspondant à l'équation résolue

Ex5. Une fonction g a pour tableau de variation :

x	-10		-4		0		3		10
$g(x)$	$\sqrt{2}$	↘	$-\pi$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Déterminer, suivant la valeur de k, le nombre de solution(s) de l'équation $g(x) = k$.

Ex6. On considère l'algorithme ci-contre.
À un nombre X, on obtient en sortie un nombre Y.
1) Que vaut Y en sortie si on saisit pour X :
a) -3 ; b) 4 ; c) -2 ; d) $-1{,}99$; e) $-2{,}01$
2) Soit f la fonction définie par l'algorithme.
Exprimer $f(x)$ selon les valeurs de x.
3) La fonction f est-elle continue sur $\mathbb{R}$? Explique ta réponse.

saisir X si $X < -2$ alors Y prend la valeur $-X - 1$ sinon Y prend la valeur $(X+1)^2$ FinSi afficher Y

BONUS. Représenter graphiquement la fonction f.