Ex1. Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n + 2 \end{cases}$$

1. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier la réponse

2. Écrire un algorithme en langage courant qui affiche le terme de rang n après avoir saisi n.

3. Utilise la calculatrice pour donner les valeurs de u_6 et u_9.

4. Complète l'algorithme ci-contre afin qu'il renvoie le plus petit entier n tel que $u_n > 10^5$.
Donner la valeur de n répondant au problème.

5. On donne la suite (v_n) définie par $v_n = u_n + 1$.
Montrer que la suite (v_n) est géométrique ;
on précisera son premier terme et sa raison.

6. En déduire l'expression de v_n en fonction de n, puis celle de u_n.

N prend la valeur ________

________ prend la valeur __________

TantQue _________________________

_______ prend la valeur ____________

_______ prend la valeur _____________

FinTantQue

Afficher _________________

Ex2. (v_n) suite géométrique de raison 2 et de premier terme $v_1 = 0{,}001$.
Calculer v_{10} et $S_{20} = v_1 + v_2 + \cdots + v_{20}$.

Ex3. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = a$ avec $a \in \mathbb{R}$ et par la relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ avec $f(x) = 4x - 1$.

a) Exprimer u_2 en fonction de a.

b) On choisit $a = 5$; calculer u_3.

Ex4. Démontrer par récurrence que pour tout nombre entier naturel n, $2^n \geq n + 1$.

Ex5. Soit la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = u_n - n + 3 \end{cases}$

a) Calculer u_1 et u_2.

b) Déterminer les variations de la suite pour $n \geq 3$.

BONUS Déterminer l'entier naturel n tel que : $20 + 21 + 22 + \cdots + n = 4\,760$