NOM : ________________________ Devoir de Mathématiques n°2 TS

Ex1. La population d'une ville augmente régulièrement de 2 % par an. On suppose que ce taux reste constant. On définit la suite (p_n) qui représente la population prévue en 2019+n. On note p_0 la population actuelle en 2019 de 9 000 habitants.

1) Calculer le nombre d'habitants prévu en 2020.
2) Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n et en déduire la nature de la suite p_n
3) Exprimer p_n en fonction de n.
4) Complète l'algorithme ci-contre, en langage courant qui après saisie de l'année notée a, renvoie le nombre prévu d'habitants noté p.

```
saisir « année choisie : », a
n prend la valeur _____________
p prend la valeur ______________
Pour i allant de _________ à ___________
p prend la valeur ________________
FinPour
Afficher __________
```

Ex2. Déterminer les limites des suites en justifiant les réponses :

$$u_n = 0{,}005 \times 1{,}001^n \quad ; v_n = \frac{n+5}{4n+1} \quad ; w_n = \frac{3-2n^2}{n} \; ; \quad x_n = 10n - n^2$$

Ex3. On considère la suite (w_n) définie par $w_0 = 4$ et par la relation de récurrence $w_{n+1} = 2w_n - 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
On donne ci-contre la feuille de tableur donnant les premiers termes de la suite (w_n).

	A	B	C
1	n	w(n)	r(n)
2	0	4	
3	1	5	
4	2	7	
5	3		
6	4		
7	5		

1) Quelle formule a été écrite en B3 et recopiée vers le bas pour obtenir ces résultats ?
2) Compléter les cellules B5, B6 et B7 avec les valeurs des termes de la suite (w_n).
3) On considère la suite (r_n) définie pour tout entier naturel n par $r_n = w_n - 3$
a) Compléter les cellules C2, C3, C4, C5, C6 et C7 avec les valeurs des termes de la suite (r_n).
b) Démontrer que la suite (r_n) est géométrique.
c) En déduire r_n en fonction de n, puis w_n en fonction de n.
d) La suite (r_n) converge-t-elle ? Justifier la réponse.

Ex4. Dans chaque cas, donner un minorant et/ou un majorant évident de la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

a) pour $n \neq 0,\ u_n = 10 - \frac{3}{n}$ b) $u_n = 3 - (-1)^n$ c) $u_n = 2n + 3$

BONUS. **La quantité de carbone 14 présente dans un organisme baisse d'environ 0,012 % chaque année. On note n le nombre d'années écoulées depuis la mort d'un organisme et (u_n) la quantité de carbone 14 restante n années après sa mort.**
Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n et déduire de la période de demi-vie du carbone 14 (le nombre d'années après la mort d'un organisme à partir duquel la quantité de carbone 14 a diminué de moitié).

Ex5. Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 4$.

1. Montrer par récurrence que $u_n = 8 - 7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$
2. La suite (u_n) converge-t-elle ? Si oui, calculer sa limite.

Ex6. On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2 + 4n$

1) Quelle valeur le programme ci-contre affiche-t-il si on saisit en entrée A=100 000 ?

2) Justifier que le programme s'arrête quelle que soit la valeur de A rentrée par l'utilisateur.

```python
A=eval(input("saisir la valeur de A :"))
n=u=0
while u<=A:
    n=n+1
    u=n**2+4*n
print(n)
```

variables : n entier ; u, A réels
traitement : demander A
    n prend la valeur 0
u prend la valeur 0
Tant que u<=A
    n prend la valeur n+1
    u prend la valeur $n^2 + 4n$
Fin Tant Que
sortie : Afficher la valeur de n

Ex7. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$, et par la relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ avec la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{-x}{2} + 8$

1) Représenter dans le repère ci-dessous la courbe de la fonction f et la droite Δ d'équation $y = x$.

2) En utilisant le graphique précédent, représenter **sur l'axe des abscisses** les termes u_0, u_1, u_2 et u_3 sans les calculer.

3) Émettre une conjecture sur la convergence de la suite (u_n).