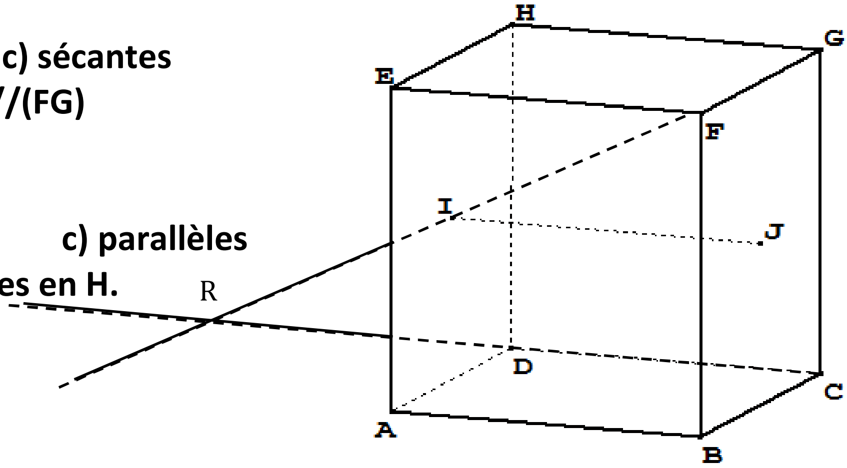
Ex1. ABCDEFGH est un cube.
J est le centre de la face carré BCGF et I est le centre de la face carrée ADHE.
On admet que la droite (IJ) est perpendiculaire au plan (DAE).
A. Pour chacune des propositions suivantes, choisir la (les) bonne(s) réponse(s) et justifier.

1. les droites (AD) et (FG) sont :
a) parallèles **b) non coplanaires** **c) sécantes**
(AD)//(EH) et (EH)//(FG) donc (AD)//(FG)

2. les droites (AI) et (CH) sont :
a) non coplanaires **b) sécantes** **c) parallèles**
Les droites (AH) et (CH) sont sécantes en H.



3. les droites (HF) et (AC) sont :
a) parallèles **b) orthogonales** **c) non coplanaires**
Les plans (ABC) et (EFG) sont parallèles et (AC)//(EG) et (EG) sécante avec (HF) donc les droites (HF) et (AC) sont non coplanaires et non parallèles. (c)
De plus (AC) est perpendiculaire à (DB) (car ce sont les diagonales de la face carrée ABCD) et (HF)//(DB) donc on en déduit que (AC) et (HF) sont orthogonales. (b)
4. La droite (IJ) est :
a) sécante à toutes les droites du plan (ADE)
b) perpendiculaire à toutes les droites du plan (ADE)
c) orthogonale à toutes les droites du plan (ADE)
(IJ) est perpendiculaire au plan (DAE) donc elle est orthogonale à toutes les droites de ce plan.
5. La droite (IJ) est :
a) coplanaire à (AB) **b) non coplanaire à (AB)** **c) On ne peut pas savoir.**
$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BG}$ or $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{BG}$ donc $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BJ}$ **donc AIJB est un parallélogramme donc (IJ) //(AB) donc (IJ) et (AB) sont coplanaires.**
B. Construire en expliquant le point R intersection de la droite (FI) et du plan (ABC).
La droite (FI) appartient au plan (CFE) et les plans (CFE) et (ABC) sont sécants suivant la droite (DC) donc l'intersection de (FI) et de (ABC) est le point R intersection de (DC) et (FI)

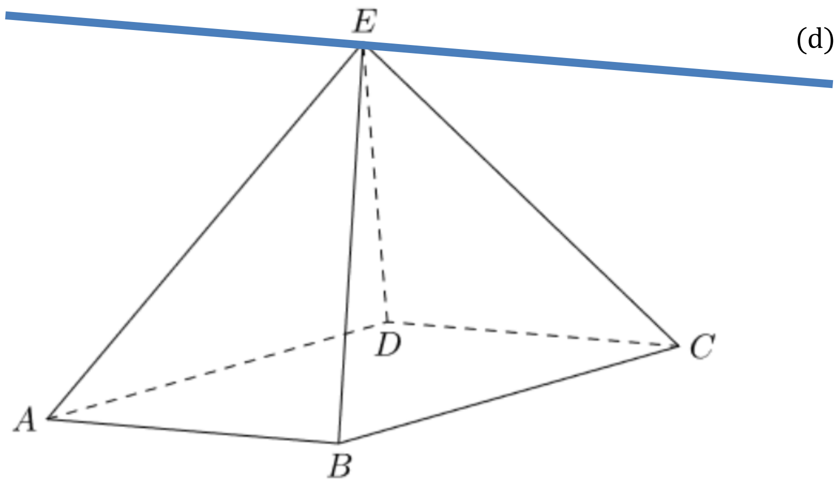
Ex2. ABCD est un tétraèdre et M est le point défini par : $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$

a) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$
$= \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DB}$
$= -\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BD}$

b) D'après la relation $\overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BD}$
on en déduit que les points B, C, D et M sont coplanaires ;
le point M appartient au plan (BCD).

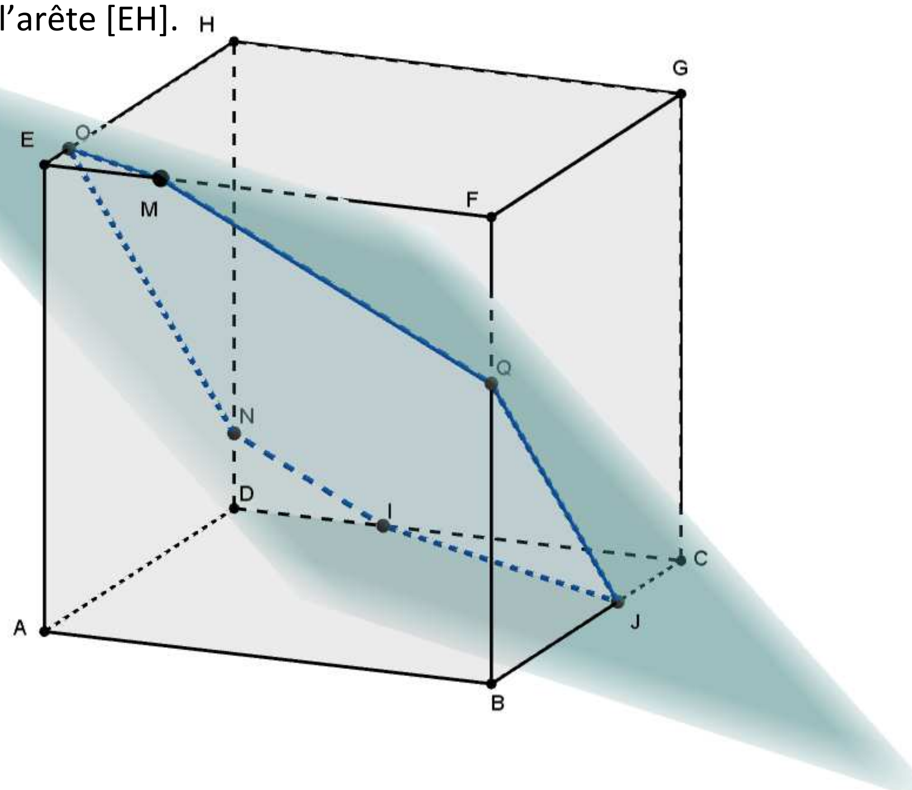
Ex3. ABCDE est une pyramide à base rectangulaire de sommet E.
Construire, en expliquant, la droite (d), intersection des plans (ABE) et (CDE).

Les plans (ABE) et (CDE) sont sécants suivants une droite passant par E.
On a $(AB) \subset (ABE)$; $(CD) \subset (CDE)$ et $(AB) // (CD)$
donc d'après le théorème du toit, on a : $(d) // (AB) // (CD)$
La droite (d) est donc la parallèle à (AB) passant par E.



Ex4. Construire la section du plan (IJM) et du cube ABCDEFGH. On expliquera la construction.

On construit la parallèle à (IJ) passant par M ;
on obtient le point O intersection avec l'arête [EH].
On construit le point R
intersection de (IJ) et de (AB)
On trace la droite (MR)
Elle coupe l'arête [BF] en Q.
On a la trace [QM] sur (ABF) et
[QJ] sur (BCG).
On construit le point S
intersection de (IJ) et (AD).
On trace (SO) ;
on obtient N intersection
avec l'arête [DH].
On a la trace [NI] et [NO]
La section est le polygone
IJQMON



Ex5. On considère le tétraèdre ABCD ci-contre.

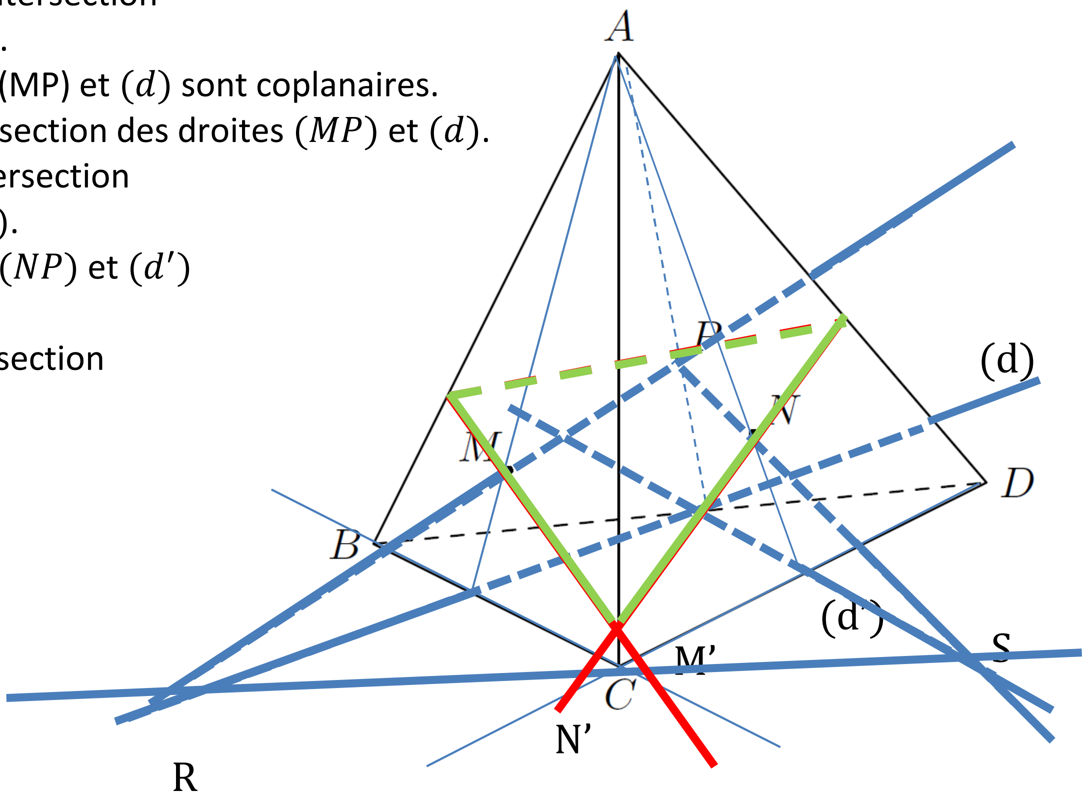
Les points M, N, P appartiennent respectivement aux plans (ABC), (ACD) et (ABD).

1. a. Tracer la droite (d) intersection des plans (AMP) et (BCD).

b. Justifier que les droites (MP) et (d) sont coplanaires. Nommer R le point d'intersection des droites (MP) et (d).

c. Tracer la droite (d') intersection des plans (APN) et (BCD).

d. Justifier que les droites (NP) et (d') sont coplanaires. Nommer S le point d'intersection des droites (NP) et (d').



1.b. $(MP) \subset (AMP)$
et $(d) \subset (AMP)$ donc (d)et (MP) sont coplanaires

1.d. $(NP) \subset (APN)$
et $(d') \subset (APN)$ donc (d')et (NP) sont coplanaires

e. Tracer la droite (RS) et justifier qu'elle appartient au plan (MNP).

$R = (MP) \cap (d)$ donc $R \in (MNP)$
car $(MP) \subset (MNP)$

$S = (NP) \cap (d)$ donc $S \in (MNP)$ car $(NP) \subset (MNP)$

On a alors (RS) qui appartient au plan (MNP).

2. a. Placer le point M' intersection de la droite (BC) avec la droite (RS).

b. Justifier que la droite (MM') appartient aux plans (ABC) et (MNP).

$M \in (ABC)$ et $M \in (MNP)$
donc $M \in (ABC) \cap (MNP)$

$M' \in (BC)$ et $(BC) \subset (ABC) donc\ M' \in (ABC)$
et $M' \in (RS) et\ (RS) \subset (MNP)$ donc $M' \in (MNP)$
donc $M' \in (ABC) \cap (MNP)$
La droite (MM') appartient bien aux plans (ABC) et (MNP).
Cette droite nous donne la trace du plan (MNP) sur la face (ABC).

c. Placer le point N' intersection de la droite (CD) et de la droite (RS).
d. Justifier que la droite (NN') appartient aux plans (ACD) et (MNP).

$N \in (ACD)$ et $N \in (MNP)$ donc $N \in (ACD) \cap (MNP)$
$N' \in (CD)$ et $(CD) \subset (ACD) donc\ N' \in (ACD)$
et $N' \in (RS) et\ (RS) \subset (MNP)$ donc $N' \in (MNP)$
donc $N' \in (ABC) \cap (MNP)$
La droite (NN') appartient bien aux plans (ACD) et (MNP).
Cette droite nous donne la trace du plan (MNP) sur la face (ACD).

3. Tracer la section du plan (MNP) avec le tétraèdre.