NOM : ______________________________ ***Devoir de Mathématiques n°***2 TSTMG2

***Ex1.*** Soit $(u_n)$ la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 4$ et de raison $r = 3$.
1. Déterminer l'expression de $u_n$ en fonction de $n$ en simplifiant au maximum.

$$u_n = u_1 + (n-1)r = 4 + 3(n-1) = 4 + 3n - 3 = 3n + 1$$

2. Calculer

$$u_{50} = 3 \times 50 + 1 = 151$$

3. Calculer, à l'aide de la calculatrice, la somme

$$S = u_1 + \cdots + u_{50} = \sum_{X=1}^{50} 3X + 1 = 3\,875$$

***Ex2.*** Une source sonore émet un son dont l'intensité est 100 décibels. Une plaque d'isolation absorbe 45 % de l'intensité du son.
On note $u_n$ l'intensité du son, mesurée en décibels, après la traversée de $n$ plaques d'isolation phonique. Ainsi $u_0 = 100$
On a une baisse de 45 % du niveau sonore entre chaque plaque ; le coefficient multiplicateur est $c = 1 + t = 1 - \frac{45}{100} = 0{,}55$
1. Calculer

$u_1 = 100 \times 0{,}55 = 55,$
$u_2 = 55 \times 0{,}55 = 30{,}25$
et $u_3 = 30{,}25 \times 0{,}55 = 16.6375.$

2. Exprimer $u_{n+1}$ en fonction de $u_n$ et en déduire la nature de la suite $(u_n)$.

$u_{n+1} = 0{,}55u_n$
La suite $(u_n)$ est géométrique de raison $q = 0{,}55$
et de premier terme $u_0 = 100$

3. Donner l'expression de $u_n$ en fonction de $n$.

$$u_n = u_0 \times q^n = 100 \times 0{,}55^n$$

4. Déterminer l'intensité du son après que celui-ci ait traversé 9 plaques.

$$u_9 = 100 \times 0{,}55^9 \approx 0{,}46$$

***Ex3.*** Soit $(u_n)$ la suite géométrique de premier terme $u_0 = 50$ et de raison $q = 1{,}2$ et la suite arithmétique $(v_n)$ de premier terme $v_0 = 300$ et de raison $r = 40$.
1. Déterminer l'expression du terme général de chacune des suites $(u_n)$ et $(v_n)$.

$u_n = u_0 \times q^n = 50 \times 1{,}2^n$
$v_n = v_0 + nr = 300 + 40n$

2. Préciser les variations des suites $(u_n)$ et $(v_n)$ en justifiant.

La raison de la suite géométrique $(u_n)$ est supérieure à 1 et $u_0$ positif donc la suite $(u_n)$ est croissante.
La raison de la suite arithmétique $(v_n)$ est positive

donc la suite $(v_n)$ est croissante.

3. À l'aide de la calculatrice, comparer les termes $u_n$ et $v_n$ pour les valeurs de $n$ comprises entre 0 et 30.

Pour $0 \leq n \leq 16$, on a $u_n < v_n$

Pour $n \geq 17$, on a $u_n > v_n$

3. Pour des grandes valeurs de $n$, que peut-on dire de ces deux suites ( comparaison ) ?

On a pour des grandes valeurs de $n$, $u_n > v_n$

***<u>Ex4.</u>*** Soit $(v_n)$ la suite géométrique de premier terme $v_0 = 5$ et de raison $q = 2$.

1. Déterminer l'expression de $v_n$ en fonction de $n$.

$v_n = v_0 \times q^n = 5 \times 2^n$

2. Calculer $v_8 = 5 \times 2^8 = 1\,280$

3. À l'aide de la calculatrice, déterminer le plus petit entier naturel $n$ tel que $v_n > 100\,000$

$n = 15$ ; $u_{14} = 81\,920$ ; $u_{15} = 163\,840$

***<u>Ex5.</u>*** En 2015, un lycée compte 800 élèves scolarisés. Les effectifs progressent de 2 % par an. On note $u_n$ le nombre d'étudiants scolarisés l'année ( $2015 + n$).

1. Justifier que $(u_n)$ est une suite géométrique et préciser sa raison.

augmentation de 2 %

donc le coefficient multiplicateur est $c_m = 1 + \frac{2}{100} = 1{,}02$

$u_{n+1} = 1{,}02 \times u_n$ donc $(u_n)$ est une suite géométrique de raison $q = 1{,}02$ et de premier terme $u_0 = 800$

2. Déterminer l'expression de $u_n$ en fonction de $n$.

$u_n = u_0 \times q^n = 800 \times 1{,}02^n$

3. Déterminer les effectifs prévus en 2022 si l'évolution se poursuit de la même façon.

En 2022, on calcule $u_7$ ; $u_7 = 800 \times 1{,}02^7 \approx 918{,}95$

L'effectif en 2022 serait de 918 élèves.

***<u>Ex6.</u>*** On considère la suite géométrique $(v_n)$ de premier terme $v_0 = 1000$ et de raison $q = 0{,}8$. À l'aide d'un tableur, on souhaite calculer les premiers termes de la suite de $v_1$ à $v_{10}$.

1. Quelle formule faut-il écrire en B3 et à étirer jusqu'en B12 pour obtenir les termes de $v_1$ à $v_{10}$.

$= B2 \times 0{,}8$

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | n | $v_n$ | |
| 2 | 0 | 1000 | |
| 3 | 1 | | |
| 4 | 2 | | |

2. On souhaite calculer avec le tableur la somme des termes de la suite allant de $v_0$ à $v_{10}$.

Écrire la formule à saisir en C2 afin d'obtenir le nombre $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{10}$

$= SOMME(B2{:}B12)$

3. À l'aide de la calculatrice déterminer ce nombre.

$$S = \sum_{X=0}^{10} 1000 \times 0{,}8^X = 4570{,}50\,327$$

***BONUS.*** On considère la suite de nombre : 1 ; 6 ; 11 ; 16 ; 21 ; ...
Déterminer la somme des 100 premiers termes de cette suite.
Il s'agit des termes d'une suites arithmétiques de raison $r = 5$ et de premier terme $u_1 = 1$

$$u_n = u_1 + (n-1)r = 1 + 5(n-1) = 5n - 4$$

$$S = \sum_{X=1}^{100} 5X - 4 = 24\,850$$

$$ou\ S = \sum_{X=0}^{99} 5X + 1 = 24\,850$$