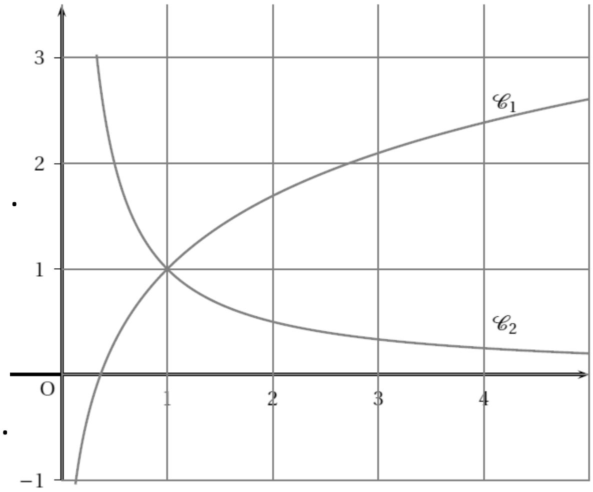
Ex1. Déterminer chacune des limites en détaillant :

$a)\ \lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} \left(\frac{5}{2-x}\right)$; $b)\ \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\frac{-x^2+1}{x+2}\right)$ c) $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\frac{5x+1}{2x+3}\right)$

Ex2. Sur le graphique ci-dessous, on a représenté dans un repère orthonormé les courbes $\mathcal{C}_1$ *et* $\mathcal{C}_2$ représentatives de deux fonctions f_1 et f_2 définies sur l'intervalle $]\,0\,;\,+\infty\,[$.



On sait que :

- l'axe des ordonnées est asymptote aux courbes $\mathcal{C}_1$ *et* $\mathcal{C}_2$;
- l'axe des abscisses est asymptote à la courbe $\mathcal{C}_2$.
- la fonction f_2 est continue et strictement décroissante sur l'intervalle $]\,0\,;\,+\infty\,[$.
- la fonction f_1 est continue et strictement croissante sur l'intervalle $]\,0\,;\,+\infty\,[$.
- la limite quand x tend vers $+\infty$ de $f_1(x)$ est $+\infty$.

Partie A.

Pour chacune des questions, une seule proposition est vraie.
Entoure la bonne réponse **sans justifier**.

1. La limite quand x tend vers 0 de $f_2(x)$ est :
a. 0 b. $+\infty$ c. $-\infty$ d. On ne peut pas conclure.

2. La limite quand x tend vers $+\infty$ de $f_2(x)$ est :
a. 0 b. 0.2 c. $+\infty$ d. On ne peut pas conclure.

3. Le tableau de signes de $f_2(x) - f_1(x)$ est :

a.

x	$0 \qquad\qquad +\infty$
$f_2(x) - f_1(x)$	$+$

b.

x	$0 \qquad\qquad +\infty$
$f_2(x) - f_1(x)$	$-$

c.

x	$0 \qquad\qquad +\infty$
$f_2(x) - f_1(x)$	$+ 0 \ -$

Partie B.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]\,0\,;\,+\infty\,[$ par $f(x) = g(x) + 1 - \frac{1}{x}$
avec g fonction strictement croissante sur $]\,0\,;\,+\infty\,[$ et

$$\lim_{x\to 0} g(x) = -\infty \text{ et } \lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty.$$

a. Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.
b. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $]\,0\,;\,+\infty\,[$.
c. On note α le réel tel que $f(\alpha) = 0$.
Établir le tableau de signes de $f(x)$ sur l'intervalle $]\,0\,;+\infty[$.

Ex3.

Partie A. Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{ax+b}{2x-1}$ où a et b sont deux réels et $\mathcal{C}_f$ la courbe de la fonction f dans un repère.

On sait que : $f(0) = 1$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$

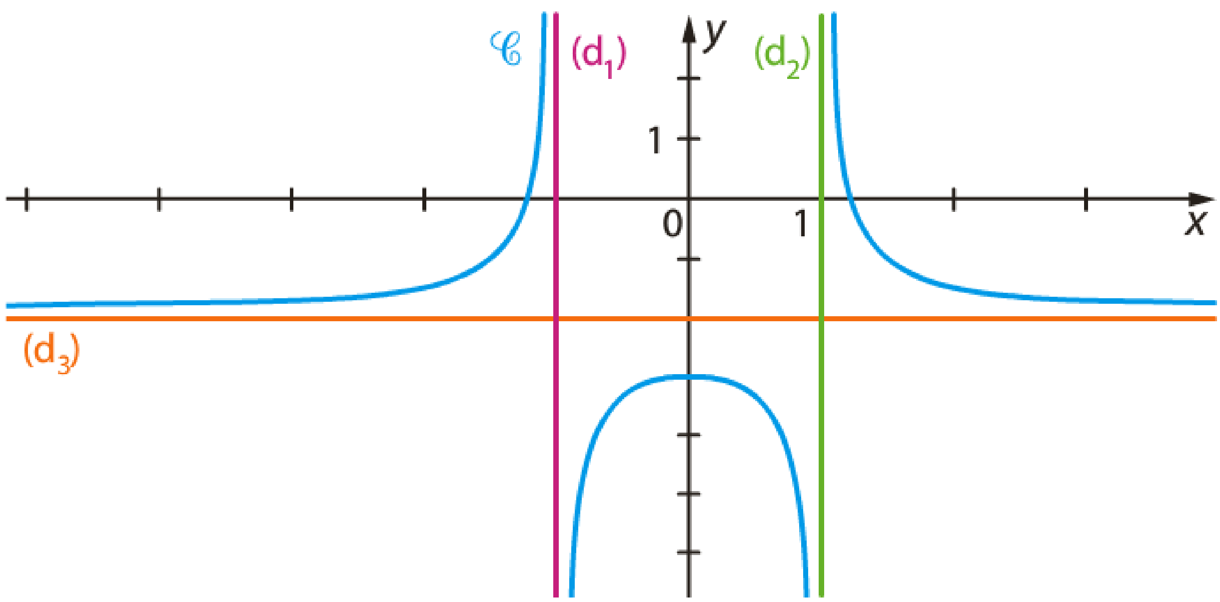
Déterminer a et b en détaillant

Partie B. Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{4x-1}{2x-1}$.

a) Déterminer l'ensemble de définition D_g de la fonction g.

b) Déterminer $\lim\limits_{\substack{x \to 0,5 \\ x < 0,5}} f(x)$. Que peut-on en déduire graphiquement pour la courbe C_g ?

Ex4. f est une fonction dont on donne la courbe représentative $\mathcal{C}$.
Les droites (d_1), (d_2) et (d_3) sont des asymptotes à $\mathcal{C}$.
Établir le tableau de variation de f en indiquant les limites.



Ex5. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^3 + 9x^2 + 24x - 20$

a) Déterminer les limites de la fonction en $-\infty$ et $+\infty$ en détaillant.

b) Établir le tableau de variation complet de la fonction f sur $\mathbb{R}$ en détaillant la démarche.

c) Démontrer que l'équation $f(x) = 200$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$.

d) Donner à l'aide de la calculatrice l'arrondi de α à 10^{-2} près.

BONUS. On considère l'algorithme ci-contre.
À un nombre X, on obtient en sortie un nombre Y.
On définit ainsi une fonction f qui a un nombre X associe son image $Y = f(X)$
Représenter graphiquement la fonction f.

saisir X
si $X < 1$
alors Y prend la valeur $2X + 1$
sinon Y prend la valeur $4 - X$
FinSi
afficher Y