mathsbdp.fr ***suites FICHE1*** ***TSTMG***

Ex1. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 2n^2 - 3$.

1. Calculer les trois premiers termes de la suite (u_n) (u_0, u_1 et u_2)

```
v ←...
saisir n
Pour k allant de 1 à n
      v ← ⋯
FinPour
Afficher v
```

$$u_0 = 2 \times 0^2 - 3 = -3$$
$$u_1 = 2 \times 1^2 - 3 = -1$$
$$u_2 = 2 \times 2^2 - 3 = 5$$

2. Calculer u_8.

$$u_8 = 2 \times 8^2 - 3 = 125$$

3. Déterminer à partir de quel rang n_0, on a $u_n > 13\,000$

$u_{80} = 12797 < 13\,000$
$u_{81} = 13119 > 13000$
à partir du rang $n_0 = 81$, on a $u_n > 13000$

80	12797
81	13119

Ex2. On considère la suite (v_n) définie par : $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 2v_n + 3 \end{cases}$

1. a. Calculer les termes v_1, v_2, v_3 en détaillant.

$$v_1 = 2v_0 + 1 = 2 \times 1 + 3 = 5$$
$$v_2 = 2v_1 + 3 = 2 \times 5 + 3 = 13$$
$$v_3 = 2v_2 + 3 = 2 \times 26 + 3 = 55$$

b. La suite (v_n) est-elle arithmétique ? Justifier la réponse.

NON car $v_1 - v_0 = 4$
et $v_2 - v_1 = 8$; les écarts ne sont pas constants.

2. Compléter l'algorithme ci-dessus, qui après saisie de n, renvoie en sortie, la valeur de v_n.

```
v ←1
saisir n
Pour k allant de 1 à n
v ← 2 × v + 3
FinPour
Afficher v
```

3. À l'aide de la calculatrice, déterminer le rang n à partir duquel on a $v_n > 1000$.

$n = 8$

7	509
8	1021

4. Compléter l'algorithme pour qu'il renvoie l'entier n recherché de la question précédente

```python
v=1
n=0
while v<=1000:
    n=n+1
    v=2*v+3
print(n)
```

$v \leftarrow 1$
$n \leftarrow 0$
Tant que $v \leq 1000$
$n \leftarrow n+1$
$v \leftarrow 2 \times v + 3$
FinTant
Afficher n

<u>Ex3.</u> On considère la suite arithmétique (w_n) définie par $\begin{cases} w_0 = 4 \\ w_{n+1} = w_n + 5 \end{cases}$

a) Écrire le terme w_n de la suite en fonction de n.

(w_n) est une suite arithmétique de raison $r = 5$

$w_n = w_0 + nr = 4 + n \times 5 = 5n + 4$

b) Calculer w_{10}.

$w_{10} = 5 \times 10 + 4 = 54$

c) Calculer à l'aide la calculatrice $S_{10} = w_0 + w_1 + \cdots + w_{10}$

$S_{10} = 4 + 9 + 14 + 19 + 24 + 29 + 34 + 39 + 44 + 49 + 54 = 319$

d) Retrouver le résultat en utilisant la formule :

somme des termes d'une suite arithmétique$= \frac{nombre\ de\ termes \times (1er\ terme + dernier\ terme)}{2}$

$S = \frac{11 \times (4+54)}{2} = 11 \times 29 = 319$

Ex4. On considère une suite arithmétique (u_n) dont on a saisi les premiers termes sur un tableur.

a) Préciser la valeur de u_0, puis celle de la raison r de la suite.

$u_0 = 3$; raison r=2

	A	B	C
1	n	u(n)	somme
2	0	3	3
3	1	5	8
4	2		
5	3		
6	4		
7	5		
8	6		
9	7		
10	8		
11	9		

b) Donner la formule à écrire dans la cellule B4 et à étirer jusqu'en B11 pour obtenir les termes de la suite.

en B4 =B3+2

c) Dans la colonne C, on calcule la somme des termes de la suite. Donner la formule à écrire en C4 et qui donne la somme des termes de la suite.

en C4 =C3+B4

En étirant cette formule jusqu'en C11, on obtient la somme
$S_9 = u_0 + u_1 + \cdots + u_9$.
Déterminer la valeur affichée en C11.

somme des termes d'une suite arithmétique= $\frac{nombre\ de\ termes \times (1er\ terme + dernier\ terme)}{2}$

$$S = \frac{10 \times (3+21)}{2} = 120$$

en C11 : 120

Ex5. Complète par les trois termes suivants les suites logiques :

a) 1 ; 7 ; 19 ; 43 ; … ; … ; …

$$u_0 = 1 ; u_{n+1} = 2u_n + 5$$

1 ; 7 ; 19 ; 43 ; 91 ; 187 ; 379

b) 3 ; 7 ; 11 ; … ; … ; …

$$u_0 = 3 ; u_{n+1} = u_n + 4$$

3 ; 7 ; 11 ; 15 ; 19 ; 23

c) 40 ; 22 ; 13 ; … ; … ; …

$$u_0 = 40 ; u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2$$

40 ; 22 ; 13 ; 8,5 ; 6,25 ; 5,125

mathsbdp.fr Moyenne arithmétique ; suites arithmétiques

Ex1. Dans chacun des cas suivants, déterminer si les trois nombres données sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique.

1. $a = 29$; $b = 43$; $c = 55$
NON car $43 - 29 = 14$ et $55 - 43 = 12$ donc les écarts sont différents

2. $a = 352$; $b = 240$; $c = 128$
OUI car $240 - 352 = -112$ et $128 - 240 = -112$
Il s'agit d'une suite arithmétique de raison $r = -112$

3. $a = \frac{1}{6}$; $b = \frac{1}{3}$; $c = \frac{1}{2}$
OUI $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$
$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

4. $a = -20$; $b = -5$; $c = 15$
NON car $-5 - (-20) = 15$ et $15 - (-5) = 20$

5. $a = -3$; $b = 0$; $c = 3$
OUI car $0 - (-3) = 3$ et $3 - 0 = 3$

Ex2. Donner trois nombres qui sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique et dont les valeurs extrêmes sont 11 et 27.

11 ; ? ; 27
$11 + r + r = 27$ donc $2r = 16$ donc $r = 8$; $? = 11 + 8 = 19$
Le terme au centre est la moyenne arithmétique des deux extrêmes

$\frac{11+27}{2} = \frac{38}{2} = 19$

Ex3. Donner trois nombres qui sont des termes consécutifs d'une suite arithmétique et dont la somme est 126 et dont une des valeurs est 38.

Si 38 est la première valeur

$38 + 38 + r + 38 + 2r = 126$

$3r = 126 - 114 = 12$ soit $r = \frac{12}{3} = 4$

Les trois valeurs sont : 38 ; 42 ; 46

Si 38 est la valeur du centre,

$38 - r + 38 + 38 + r = 126$ soit $144 = 126$ impossible

Si 38 est la dernière valeur

$38 - 2r + 38 - r + 38 = 126$

$-3r = 126 - 144 = 12$

$r = \frac{12}{-3} = -4$

Les trois valeurs sont : 46 ; 42 ; 38

Ex4. Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 500$ et de raison $r = 16$.

1. Donner l'expression du terme général de la suite (u_n).

$u_n = u_0 + n \times r = 500 + 16n$

2. En déduire la valeur du 27e terme de la suite.

$u_{26} = 500 + 16 \times 26 = 916$

3. Déterminer le plus petit entier n tel que $u_n > 1400$.

$500 + 16n > 1400$

$16n > 900$

$n > \frac{900}{16} = 56{,}25$

Le plus petit entier n recherché est 57

4. Compléter l'algorithme ci-contre qui renvoie la réponse

```
u ←500
n ←0
Tant que u ≤ 1400 ...
n ← n + 1
u ← u + 16
FinTant
Afficher n
```

de la question 3.

```
u=500
n=0
while u<=1400:
    n=n+1
    u=u+16
print(n)
```

Ex5. En 2020, le vélo-club d'une ville compte 224 adhérents. On suppose que chaque année, le vélo-club compte 5 adhérents supplémentaires.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'adhérents de ce club en l'année $2020 + n$.
Ainsi $u_0 = 224$.
1. Calculer u_1 et u_2.

$$u_1 = u_0 + 5 = 229$$
$$u_2 = u_1 + 5 = 234$$

2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite (u_n).

$$u_{n+1} = u_n + 5$$

(u_n) est la suite arithmétique de raison $r = 5$

3. a. Déterminer l'expression du terme général de la suite en fonction de n.

$$u_n = u_0 + nr = 224 + n \times 5 = 5n + 224$$

b. En déduire le nombre d'adhérents que comptera le vélo-club en 2055.

en 2055=2020+35

on calcule $u_{35} = 5 \times 35 + 224 = 399$

399 adhérents en 2035

Ex6. La production d'une entreprise peut être modélisée par une suite arithmétique (p_n) telle que, pour tout entier naturel non nul, p_n désigne le nombre d'appareils produits en l'année n.
La première année la production est de 7 500 appareils ; on a donc $p_1 = 7\,500$.
La sixième année, la production est de 12 000 appareils ; on a donc $p_6 = 12\,000$.
1. Justifier que la raison de la suite (p_n) est 900.

$$p_6 = p_1 + 5 \times r$$

donc $7500 + 5r = 12000$

$$5r = 4500$$
$$r = \frac{4500}{5} = 900$$

2. Exprimer p_n en fonction de n.

$$p_n = p_1 + (n-1) \times r = 7500 + (n-1) \times 900$$
$$p_n = 7500 + 900n - 900$$

$p_n = 900n + 6600$

3. Au bout de combien d'années la production annuelle aura-t-elle dépassé le triple de la production initiale ?

On veut $p_n > 3 \times 7500$

$900n + 6600 > 22500$

$900n > 15900$

$n > \frac{15900}{900} \approx 17{,}6$

Au bout de 18 années, la production aura triplée.

17	21900
18	22800