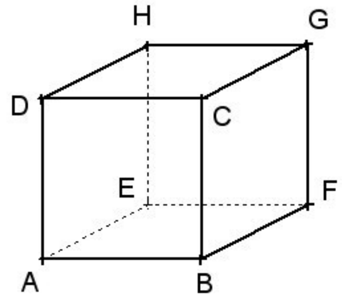
mathsbdp.fr Devoir de Mathématiques n°2 Tspé . NOM : ____________________

## *Exercice 1 : (3,5 points).*

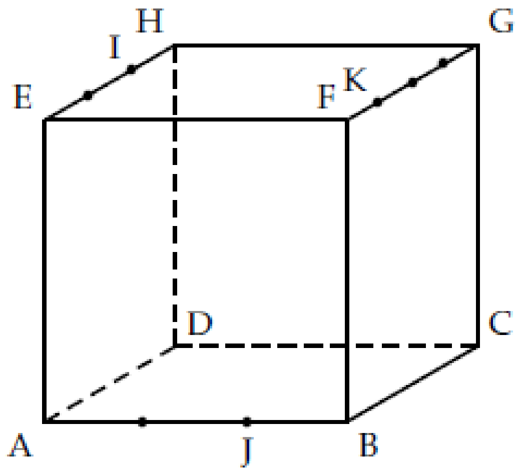



$ABCDEFGH$ est un cube.
Pour chacune des propositions suivantes, entourer
**la ou les** bonnes réponses. **Aucune justification n'est demandée.**
Chaque bonne réponse rapport 0,5 point.

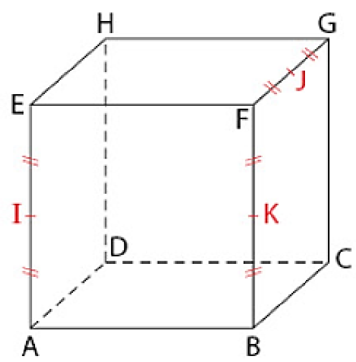
| | | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Les droites $(AE)$ et $(GC)$ sont : | parallèles | sécantes | coplanaires | non coplanaires |
| 2 | Les droites $(AH)$ et $(CH)$ sont : | parallèles | sécantes | coplanaires | non coplanaires |
| 3 | Les droites $(BG)$ et $(AF)$ sont : | parallèles | sécantes | coplanaires | non coplanaires |
| 4 | La droite $(AG)$ est : | Parallèle au plan $(BDF)$ | Incluse dans le plan $(BDF)$ | Sécante avec le plan $(BDF)$ | |
| 5 | Les plans $(ACF)$ et $(DEG)$ sont : | parallèles | confondus | sécants | |
| 6 | $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AE}=$ | $\overrightarrow{BE}$ | $\overrightarrow{AD}$ | $\overrightarrow{BH}$ | $\overrightarrow{FD}$ |
| 7 | $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DH}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}=$ | $\frac{1}{2}\overrightarrow{AF}$ | $\overrightarrow{BE}$ | $\overrightarrow{DH}$ | $\overrightarrow{CH}$ |

## *Exercice 2 : (2,5 points)*

Soit un cube $ABCDEFGH$ et un plan $(IJK)$ tel que :
$\overrightarrow{EI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{EH}$ , $\overrightarrow{AJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ $et$ $\overrightarrow{FK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{FG}$ .
Construire la section du cube
par le plan $(IJK)$ .
**Vous prendrez soin de décrire les étapes de votre construction à l'aide de phrases.**



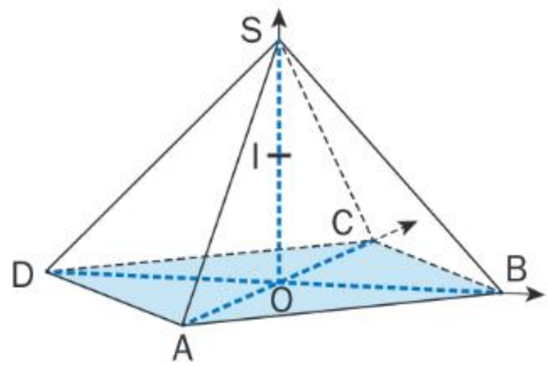

## *Exercice 3 : (2 points)*




$ABCDEFGH$ est le cube représenté ci-contre.
$I$ , $J$ et $K$ sont les milieux respectifs des arêtes $[AE]$, $[FG]$ et $[BF]$.

1. Justifier que $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{IF}$.
2. En déduire la décomposition de $\overrightarrow{IJ}$ sur les vecteurs $\overrightarrow{AK}$ et $\overrightarrow{AD}$.
3. En déduire la position relative de la droite $(IJ)$ par rapport au plan $(AKD)$ .

**Exercice 4 : (7,5 points)**




On considère la pyramide régulière $SABCD$ de sommet $S$ constituée de la base carrée $ABCD$ et de triangles équilatéraux représentés ci-contre.
Le point $O$ est le centre de la base $ABCD$.
On rappelle que le segment $[SO]$ est la hauteur de la pyramide et que toutes les arêtes ont la même longueur.

1. a. Justifier que $\left(O\,;\overrightarrow{OB}\,,\overrightarrow{OC}\,,\overrightarrow{OS}\right)$ est un repère de l'espace.

**Dans la suite de l'exercice, on se place dans ce repère.**

b. Donner les coordonnées des points O, A, B, C, D et S dans ce repère.

2. On définit le point $K$ par la relation $\overrightarrow{SK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SD}$ et on note $I$ le milieu du segment $[SO]$.

a. Justifier que les coordonnées du point $K$ sont $\left(\frac{-1}{3}\,;0\,;\frac{2}{3}\right)$.

b. Montrer que les points $B$, $I$ et $K$ sont alignés.

3. On note $L$ le point d'intersection de l'arête $[SA]$ avec le plan $(BCI)$.
Montrer que l'intersection des plans $(BCI)$ et $(SAD)$ est la droite $(KL)$.

Dans la suite de l'exercice, on admet que les droites $(KL)$ et $(AD)$ sont parallèles.

**BONUS. Montrer que les droites $(\boldsymbol{KL})$ et $(\boldsymbol{AD})$ sont parallèles.**

4. a. Donner une représentation paramétrique de la droite $(SA)$.

b. Donner une représentation paramétrique de la droite $(KL)$.

c. En déduire les coordonnées du point $L$.

---

**Exercice 5 : (4,5 points)**

On se place dans un repère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ de l'espace.
On donne les points $A(1\,;0\,;4)$, $B(2\,;3\,;0)$, $C(-1\,;2\,;0)$ et $D(7\,;6\,;-2)$ ainsi que la droite $d$ définie par la représentation paramétrique $\begin{cases} x = 4t \\ y = 8t+3 \\ z = -t+\frac{1}{4} \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$

Pour chacune des affirmations suivantes, **justifier** si elle est vrai ou fausse.

1) Les points $A$, $B$ et $C$ définissent un unique plan.
2) Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ ne sont pas coplanaires.
3) Les droites $(AB)$ et $d$ sont parallèles.
4) Le point $C$ appartient à la droite $d$.

---

**Bonus .**

Le ruban cadeau qui entourait le gros cube était adhésif ! Tous les petits cubes qui étaient en contact avec lui sont restés collés lorsqu'il a été enlevé. Combien y a-t-il de petits cubes dans la structure restante ?