mathsbdp.fr p30_30_correction

30 Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 6$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1{,}6u_n$

a. Calculer u_0, u_1, u_2, u_3

b. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

c. Exprimer u_n en fonction de n pour $n \in \mathbb{N}$.

d. Calculer u_9 et u_{15}. (*On arrondira les valeurs à 10^{-2}*).

e. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

f. Pour $n \in \mathbb{N}$, on note $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$. Déterminer l'expression de S_n en fonction de n.

g. Calculer S_{10}.

a. $u_0 = 6$

$u_1 = 1{,}6 \times u_0 = 1{,}6 \times 6 = 9{,}6$

$u_2 = 1{,}6 \times u_1 = 15{,}36$

$u_3 = 1{,}6 \times u_2 = 24{,}576$

b) On a $u_{n+1} = u_n \times 1{,}6$

donc la suite (u_n) est géométrique

de raison $q = 1{,}6$ et de premier terme $u_0 = 6$

c) $u_n = u_0 \times q^n = 6 \times 1{,}6^n$

d) $u_9 = 6 \times 1{,}6^9 \approx 412{,}32$

$u_{15} = 6 \times 1{,}6^{15} \approx 6\,917{,}53$

e) On a une suite géométrique de raison $q = 1{,}6 > 1$ avec u_0 positif donc la suite (u_n) est strictement croissante.

f) $\boldsymbol{S_n = premier\ terme \times \frac{q^{nbre\ de\ termes} - 1}{q - 1}}$

$S_n = u_0 \times \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} = 6 \times \frac{1{,}6^{n+1} - 1}{1{,}6 - 1} = \frac{6}{0{,}6} \times (1{,}6^{n+1} - 1)$

$= 10(1{,}6^{n+1} - 1)$

g) $S_{10} = 6 \times \frac{1{,}6^{11} - 1}{1{,}6 - 1} \approx 1\,749{,}22$