mathsbdp.fr suites arithmétiques et géométriques.

Ex1. Lors de son embauche dans une société pour un contrat à durée déterminée d'un an, Harry se voit proposer un salaire mensuel de 1 600 € le premier mois puis, à compter du deuxième mois, une augmentation chaque mois de 15 € par rapport au salaire mensuel net précédent.

Sur l'année Harry percevra douze salaires mensuels nets, ce qui constituera son salaire annuel net.

Partie A. 1. Calculer le salaire mensuel net d'Harry le deuxième mois de son contrat ainsi que celui de son troisième mois de contrat.

2. On note (u_n) le montant exprimé en euros, du salaire mensuel net d'Harry le n-ième mois de son contrat où n est un entier naturel non nul. Ainsi $u_1 = 1\ 600$.

a) Justifier que (u_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.

b) Exprimer u_n en fonction de n et en déduire u_{10}.

3. Le salaire annuel net d'Harry dépassera-t-il les 20 000 € le temps de son contrat d'un an ? Justifier la réponse en écrivant les calculs.

Partie B. Une autre proposition lui est faite pour son embauche. On lui propose un salaire mensuel de 1 600 € le premier mois puis, à compter du deuxième mois, une augmentation mensuel chaque mois de 0,92 % par rapport au salaire mensuel net précédent.

On note (v_n) le montant exprimé en euros, du salaire mensuel net d'Harry le n-ième mois de son contrat où n est un entier naturel non nul. Ainsi $v_1 = 1\ 600$.

a) Calculer v_2 et v_3.

b) Pour un contrat de 1 an, quelle proposition peut-on conseiller à Harry ? Justifie ta réponse.

Ex2 En 2020, un lycée compte 800 élèves scolarisés. Les effectifs progressent de 2 % par an.
On note u_n le nombre d'étudiants scolarisés l'année ($2020 + n$).

1. Justifier que (u_n) est une suite géométrique ; préciser sa raison et son premier terme.

2. Déterminer l'expression de u_n en fonction de n.

3. Déterminer les effectifs prévus en 2030 si l'évolution se poursuit de la même façon.

Ex3. On considère la suite géométrique (v_n) de premier terme $v_0 = 1000$ et de raison $q = 0,8$. À l'aide d'un tableur, on souhaite calculer les premiers termes de la suite de v_1 à v_{10}.

1. Quelle formule faut-il écrire en B3 et à étirer jusqu'en B12 pour obtenir les termes de v_1 à v_{10}.
2. On souhaite calculer avec le tableur la somme des termes
de la suite allant de v_0 à v_{10}.
Écrire la formule à saisir en C3 afin d'obtenir le nombre $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{10}$
3. À l'aide de la calculatrice déterminer ce nombre.

	A	B	C
1	n	v(n)	
2	0	1000	1000
3	1	800	
4	2		

Suite arithmétique de raison r

On passe d'un terme au suivant en additionnant toujours le même nombre.

$$u_{n+1} = u_n + r$$
$$u_n = u_0 + n \times r$$
$$u_n = u_1 + (n-1) \times r$$
$$\sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$$
$$= \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}$$
$$\sum_{k=1}^{n} u_k = u_1 + \cdots + u_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$$

Suite géométrique de raison q

On passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre.

$$u_{n+1} = u_n \times q$$
$$u_n = u_0 \times q^n$$
$$u_n = u_1 \times q^{n-1}$$
$$\sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$$
$$= u_0 \times \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$
$$\sum_{k=1}^{n} u_k = u_1 + \cdots + u_n$$
$$= u_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$$