Fonction inverse $x \longmapsto \frac{1}{x}$

Déf. La fonction inverse est la fonction f définie sur $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$ soit $]-\infty\,;0\,[\cup]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.
La fonction inverse n'est pas définie en 0 car $\frac{1}{0}$ n'existe pas.

Comportement aux bornes de son ensemble de définition :

① Quand x tend vers $+\infty$ (c'est-à-dire prendre des valeurs de plus en plus grandes)

x	10	20	100	1000	5000	...	$+\infty$
$\frac{1}{x}$						...	

Quand x prend des valeurs de plus en plus grandes, alors $\frac{1}{x}$ se rapproche de ______
On dit que la limite de $\frac{1}{x}$ lorsque x tend vers $+\infty$ est __.

② Quand x tend vers $-\infty$ (c'est-à-dire prendre des valeurs de plus en plus petites)

x	-10	-20	-100	-1000	-5000	...	$-\infty$
$\frac{1}{x}$						...	

Quand x prend des valeurs de plus en plus petites, alors $\frac{1}{x}$ se rapproche de ______
On dit que la limite de $\frac{1}{x}$ lorsque x tend vers $-\infty$ est __.

③ Quand x tend vers 0 par valeurs positives

x	0,1	0,01	0,001	0,000 1	0,000 01	...	0^+
$\frac{1}{x}$						...	

Quand x s'approche de 0 par valeurs positives, alors $\frac{1}{x}$ se rapproche de ______
On dit que la limite de $\frac{1}{x}$ lorsque x tend vers 0 (positif) est ____.

④ Quand x tend vers 0 par valeurs négatives

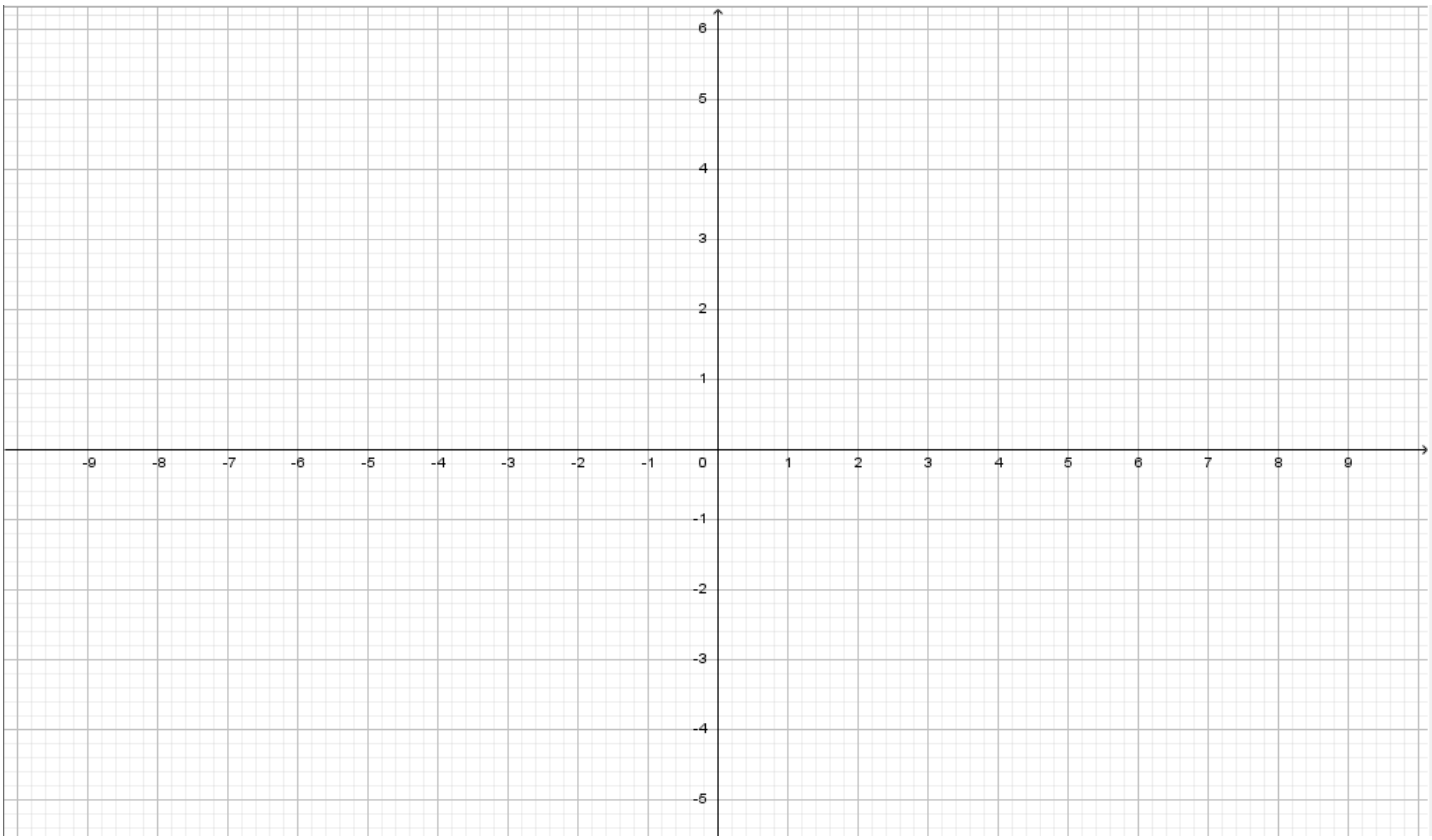
x	$-0{,}1$	$-0{,}01$	0,001	0,000 1	0,000 01	...	0^-
$\frac{1}{x}$						...	

Quand x s'approche de 0 par valeurs négatives, alors $\frac{1}{x}$ se rapproche de ______
On dit que la limite de $\frac{1}{x}$ lorsque x tend vers 0 (négatif) est ____.

courbe représentative de la fonction inverse

Soit un tableau de valeurs de la fonction inverse :

x	0,2	0,5	1	2	4	5	10
$\frac{1}{x}$							

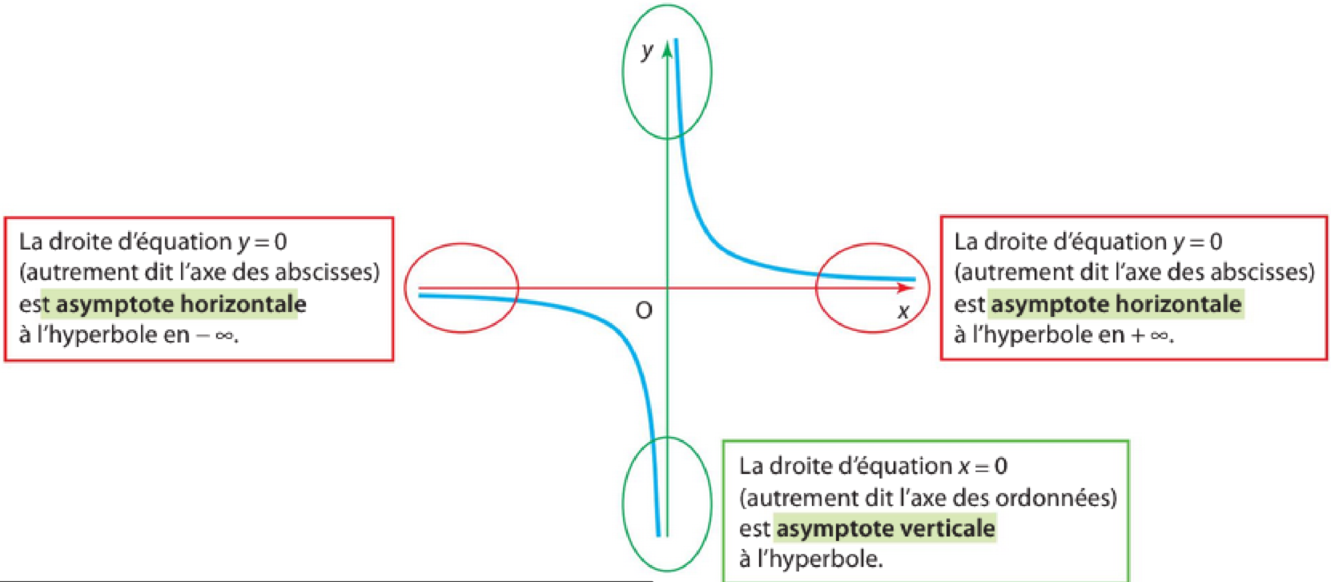


Résumé :

La fonction inverse est définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ par $f(x)=\frac{1}{x}$

Lorsque x se rapproche des bornes de son ensemble de définition, on a :

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=$ _____ $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}}\frac{1}{x}=$ _____ $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\frac{1}{x}=$ _____ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=$ _____



Ex1. Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{18}{x}$

Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.

$\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\frac{18}{x}=$ _____ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{18}{x}=$ _____

Ex2. Déterminer les limites suivantes :

$\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}}\frac{3}{x}=$ _____ $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{10}{x}=$ _____ $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\left(-\frac{3}{x}\right)=$ _____

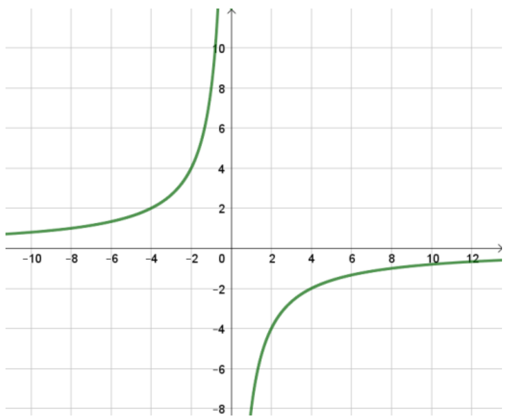
$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-8}{x}=$ _____ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\frac{6}{x}\right)=$ _____ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3}{5x}=$ _____

Ex3. Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x)=4-\frac{21}{x}$

1. Écrire $f(x)$ sous la forme $4-k\times\frac{1}{x}$ avec k nombre réel.
2. En déduire la limite de la fonction en 0 et en $+\infty$.

Ex3. On donne ci-contre la courbe représentative de la fonction f définie sur $]-\infty;0[\cup]0\,;+\infty[$ par : $f(x)=-\frac{8}{x}$

1. Lire graphiquement les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2. Interpréter graphiquement ces résultats.



1.

$\lim\limits_{x\to-\infty}-\frac{8}{x}=$ _____ $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}}-\frac{8}{x}=$ _____ $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}-\frac{8}{x}=$ _____ $\lim\limits_{x\to+\infty}-\frac{8}{x}=$ _____

2. La droite d'équation ___________ est _______________ _________________ à la courbe.

La droite d'équation ___________ est _________________ _________________ à la courbe en $-\infty$ et $+\infty$.