③

Rappels sur les fonctions dérivées

$(x)' = 1$ donc $(10x)' = 10 \times 1 = 10$

$(x^2)' = 2x$ donc $(3x^2)' = 3 \times 2x = 6x$

$(x^3)' =$ ____ donc $(4x^3)' =$ ____ $\times$ ____ $=$ ______

$(x^3 + 2x^2)' = 3x^2 + 2 \times 2x = 3x^2 + 4x$

$(5x^2 - 8x)' =$ ________________

fonction $f(x)$	dérivée $f'(x)$
k (réel)	0
x	1
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$

dérivées à connaître

La fonction f définie sur un intervalle I par $f(x) = k \times u(x)$ a pour dérivée $f'(x) = k \times u'(x)$

$(12x^3)' = 12 \times$ ______ $=$ ______

La fonction f définie sur I par $f(x) = u(x) + v(x)$ a pour dérivée $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

$(x^2 + 3x)' =$ ________________

Propriété. Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I

- Si pour tout réel x de I, $f'(x) \geq 0$, alors f est croissante sur I
- Si pour tout réel x de I, $f'(x) \leq 0$, alors f est décroissante sur I

Dérivée de la fonction inverse

- La fonction inverse $x \longmapsto \frac{1}{x}$ est définie sur deux intervalles $]-\infty\,; 0\,[$ et $]\,0\,; +\infty\,[$.
- Sa dérivée est définie sur le même ensemble et vaut : $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

À RETENIR $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$

Signe de la dérivée de la fonction inverse

La fonction inverse a sa dérivée négative sur les intervalles $]-\infty\,; 0\,[$ et sur $]0\,;\,+\infty[$.
Donc la fonction inverse est décroissante sur$]-\infty\,; 0\,[$ et sur $]0\,;\,+\infty[$.

Tableau de variations de la fonction inverse

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	0	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	0

dérivée positive sur un intervalle I
$\Leftrightarrow$ fonction croissante sur I

dérivée négative sur un intervalle I
$\Leftrightarrow$ fonction décroissante sur I

conséquence :
Deux nombres non nuls et de même signe, rangés dans un certain ordre, ont leurs inverses rangés dans l'ordre contraire.

Ex. $0 < 3 < 3{,}2$ donc $\frac{1}{3} > \frac{1}{3{,}2}$

$5{,}1 \ldots 5{,}082$ donc $\frac{1}{5{,}1} \ldots \frac{1}{5{,}082}$

$0{,}700 \ldots 0{,}71$ donc $\frac{1}{0{,}700} \ldots \frac{1}{0{,}71}$

Ex1. Calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions.

a) $f(x) = 20 \times \frac{1}{x}$ $\quad f'(x) = \cdots$

b) $g(x) = \frac{-3}{x}$ $\quad g'(x) = \cdots$

c) $h(x) = \frac{5}{x} + 2$ $\quad h'(x) = \cdots$

Ex2. a) Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $[\,0\,; 3\,]$ par $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$ et
b) Établir le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[\,0\,; 3\,]$.

a) $f'(x) =$ ________________

b)

x	0	$\ldots$	3
$f'(x)$			
$f(x)$			

Ex3. Associer à chaque limite la courbe de la fonction où elle est vraie.

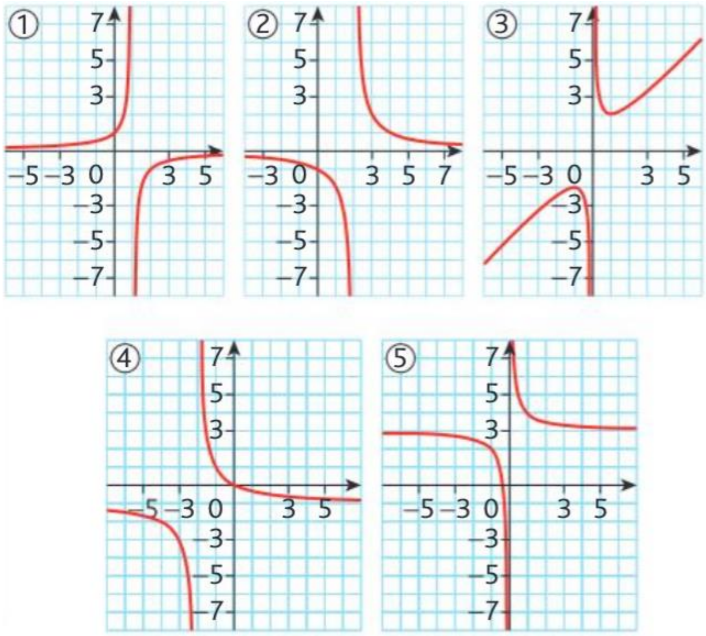
a. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$

b. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

c. $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}} f(x) = -\infty$

d. $\lim\limits_{\substack{x\to2\\x>2}} f(x) = +\infty$

e. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -1$



Questions flash

Q1. Déterminer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2x + 4$.

Q2. Déterminer la dérivée de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^2 + \frac{1}{7}x - \frac{3}{7}$.

Q3. Déterminer la dérivée de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = -4x^3 + \frac{1}{3}x^2 + 4x - 5$.

Q4. Compléter le tableau suivant avec les variations de f.

x	$-\infty$		-5		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		...		...		...	

Q5. Compléter le tableau suivant avec le signe de $f'(x)$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		...		...	
f		$\nearrow$	2	$\searrow$	

Questions flash

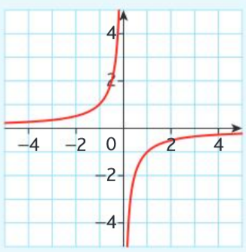
Pour chaque proposition, déterminer si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

Q1. L'inverse d'un nombre infiniment grand est infiniment petit.

Q2. L'inverse d'un nombre infiniment petit est un nombre réel proche de 0.

Q3. $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} \frac{1}{x} = -\infty$.

Q4. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ où f est la fonction dont la courbe représentative est donnée ci-contre.



Q5. Pour la fonction f représentée ci-dessus, on a : $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x) = +\infty$.