mathsbdp.fr

<u>Le paradoxe des anniversaires</u>

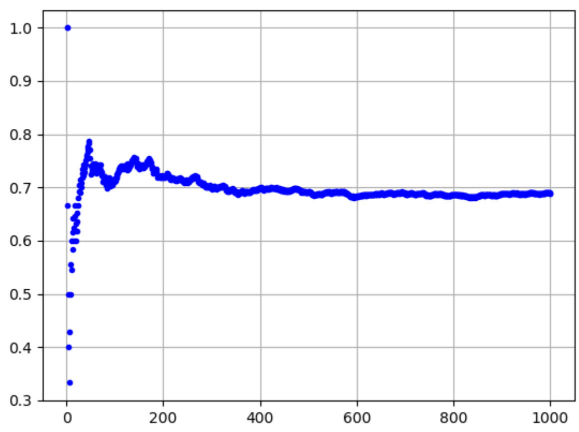
① On réunit au hasard un groupe de 30 personnes.

À votre avis, la probabilité p que deux personnes (au moins) de ce groupe fêtent leur anniversaire le même jour est-elle :

inférieure à 0,2 compris entre 0,2 et 0,5 supérieure à 0,5

2. a. Quelles sont les deux valeurs que peut-renvoyer la fonction double ci-dessous ?
À quelle condition chacune d'elles est-elle affichée ? (autrement dit : dans quel cas chacune des valeurs s'affiche t-elle ?)
L'instruction L.count(a) permet de compter dans la liste L le nombre d'éléments égaux à a.
b. Appeler cette fonction à plusieurs reprises dans la console afin d'observer la réalisation éventuelle de l'événement étudié dans la question 1.
Quelle est la valeur qui semble le plus souvent renvoyée ?
3. On souhaite maintenant représenter l'évolution de la fréquence de l'événement « deux personnes (au moins) parmi 30 sont nées le même jour ».
a. Compléter le script.
b. Utiliser cette fonction afin d'estimer la probabilité p à partir de 1000 simulations.

```
from random import*
def double(n):
    liste_date=[randint(1,366) for i in range(n)]
    for date in liste_date:
        if liste_date.count(date)>1:
            return 1
    return 0
```




```
import matplotlib.pyplot as plt
def evolutionfreq(nb):
    s=0
    for k in range(1,nb+1):
        s=s+double(30)
        plt.plot(k,s/k,'b.')
    plt.grid()
    plt.show()
```

2. a. La fonction double renvoie la valeur 0 si aucune date n'apparaît en double et la valeur 1 dès qu'une date au moins apparaît en double.
b. L'instruction double(30), répétée plusieurs fois dans la console, semble renvoyer plus souvent 1 que 0.
b. La fréquence de réalisation de l'événement « Au moins deux personnes parmi 30 sont nées le même jour » semble se rapprocher vers la valeur 0,7.
On peut donc estimer que p est proche de 0,7.

Commençons par l'ensemble de tous les cas possibles : pour la première personne, 365 dates sont possibles, pour la seconde aussi, de même que pour la troisième et toutes les autres. Si on multiplie tout ça il y a donc 365*N* cas possibles.
Maintenant quels sont les cas où les anniversaires sont tous différents : pour la première personne il y a 365 choix, pour la seconde il n'en reste que 364, pour la troisième 363, etc. et pour la n ième seulement $(365 - n + 1)$. Si on multiplie tout ça on trouve la quantité $\frac{365!}{(365-n)!}$ (qu'on note parfois $\mathcal{A}(365, n)$, le nombre d'arrangements).
On peut donc calculer notre probabilité p qui vaut $p = \frac{365!}{365^n(365-n)!}$
avec $n = 23$ personnes on trouve p=0,49.
Mais p est la probabilité que les anniversaires soient tous différents. Donc **la probabilité qu'il y en ait au moins deux identiques est $\boldsymbol{1 - p}$**, soit ici 0,51, c'est-à-dire 51% de chance !
Et plus il y a de personnes dans le groupe, plus cette probabilité augmente. **Dans un groupe de 50 personnes, il y a plus de 95% de chance que deux personnes aient leur anniversaire le même jour**.